

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

ВАРИАНТ - 1

N7 $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x \cos x - \sin x \cos^2 x) = 1$$

$$t \cdot (1 - \frac{t^2 - 1}{2}) = 1$$

$$t \cdot (\frac{2 - t^2 + 1}{2}) = 1$$

$$t \cdot (\frac{3 - t^2}{2}) = 1$$

$$\frac{3t - t^3}{2} = 1 \quad | \cdot 2$$

$$3t - t^3 = 2$$

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-1)(t^2+t-2) = t^3-3t+2$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

$$t = -2$$

$$\begin{cases} \sin x + \cos x = 1 \\ \sin x + \cos x = -2 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$t \sin x + t \cos x = 1 \quad (\text{вспомогательный аргумент})$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\cos 45^\circ \left(\frac{\pi}{4} \right) \quad \sin 45^\circ \left(\frac{\pi}{4} \right)$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
+	+	+	+	+	+	+	+	0	8

$$\sin x + \cos x = t$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = t^2$$

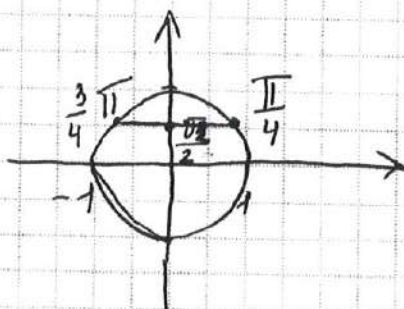
$$1 + 2 \sin x \cos x = t^2$$

$$\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 3t + 2 & t - 1 \\ \hline t^3 - t^2 & t^2 + t - 2 \\ \hline -t^2 - 3t + 2 & \\ -t^2 - t & \\ \hline 2t + 2 & \\ -2t + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{1}{2}\pi + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

ОТВЕТ:

N1

$$\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$$

$$1. 3-2\sqrt{2} = 1 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$2. 3+2\sqrt{2} = (\sqrt{2}+1)^2$$

$$\frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} + \frac{4(\sqrt{6+\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})}{(\sqrt{6-\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)} + \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1} +$$

$$+ \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{1} + \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{1} + \frac{4(6+\sqrt{2})}{2} = (\sqrt{2}-1)^2 + 2(6+\sqrt{2}) = 2+1-2\sqrt{2} +$$

$$+ 12 + 2\sqrt{2} = 15$$

ОТВЕТ: 15

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N2	$v_{км/ч}$	$S_{км}$	$t_{ч}$	Зная, что когда ученик
	3	x	$\frac{x}{3}$	шёл со скоростью 3 км/ч
	4	x	$\frac{x}{4}$	он опоздал на 1 мин, а
				когда со скоростью 4 км/ч.

пришёл за три мин. раньше,
составлю и решу уравнение.

$$\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{60}\right) = \left(\frac{x}{4} + \frac{3}{60}\right)$$

$$\frac{20x-1}{60} = \frac{15x+3}{60}$$

$$20x-1-15x-3$$

$$\frac{5x-4}{60} = 0$$

$$5x-4=0$$

$$5x=4$$

$$x = \frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow \text{Расстояние } 0,8$$

$$t = \frac{x}{3} - \frac{1}{60} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{60} = \frac{4}{15} - \frac{1}{60} = \frac{16-1}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$v = \frac{S}{t} = \frac{0,8}{0,25} = 3,2 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 3,2 км/ч.

$$N6 \quad (|x-2| - |x|) (\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

Введём функцию $f(x)$

$$f(x) = (|x-2| - |x|) (\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

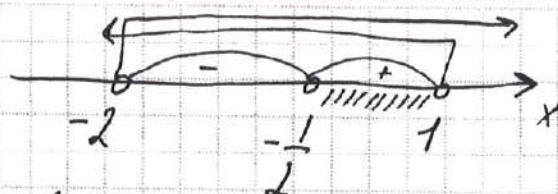
$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



$$f(0) = 2(\sqrt{2} - \sqrt{1}) > 0$$

$$f(1-1) < 0$$

$$f(x) = 0$$

$$\begin{cases} |x-2| = |x| \\ \sqrt{x+2} = \sqrt{1-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2 = x \\ x-2 = -x \\ x=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2 = 1-x \\ x+2 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x \geq -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Ответ: $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$

№3 $\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$ СРАВНИТЬ и $\sqrt{8}$
Предположим, что $17-12\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^4$ и $7+5\sqrt{2} = (\sqrt{2}+1)^3$

Докажем.

$$(\sqrt{2}-1)^4 = (\sqrt{2}-1)^2 \cdot (\sqrt{2}-1)^2 = (2+1-2\sqrt{2})(2+1-2\sqrt{2}) = (3-2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$$

$$(3-2\sqrt{2})^2 = 9-12\sqrt{2}+8 = 17-12\sqrt{2} \text{ итд.}$$

$$\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = (\sqrt{2}+1)^3 = (\sqrt{2}+1)^2(\sqrt{2}+1) = (2+1+2\sqrt{2})(\sqrt{2}+1) = (3+2\sqrt{2})(\sqrt{2}+1) = 3\sqrt{2}+3+4+2\sqrt{2} = 7+5\sqrt{2} \text{ итд.}$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)^4} + \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)^3} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1 = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$$

~~$$\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = \sqrt{8}$$~~ / ОТВЕТ.

$$\sqrt{5} \begin{cases} x(y+z) = 14 \\ y(x+z) = 18 \\ z(x+y) = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy+xz = 14 \\ xy+yz = 18 \\ xz+zy = 20 \end{cases}$$

пусть: $xy = a$
 $xz = b$
 $yz = c$

$$\begin{cases} a+b=14 \\ a+c=18 \\ b+c=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} a &= 14-b \\ c &= 18-14+b = 4+b \end{aligned} \quad b = 20-c = 20-4-b = 16-b$$

Подставим данные в 1-е уравнение

$$14-b+16-b=14$$

$$30-2b=14$$

$$2b=16$$

$$b=8$$

$$xy=6$$

$$x \quad xz=8 \Rightarrow (xyz)^2 = 48 \cdot 12 = 4 \cdot 12 \cdot 12$$

$$yz=12$$

$$1) \quad xyz = 24$$

$$\text{или } 2) \quad xyz = -24$$

$$a) \quad xyz = 24$$

$$xy=6 \Rightarrow 6 \cdot z = 24 \Rightarrow z=4$$

$$a) \quad xy=6 \Rightarrow 6 \cdot z = -24 \Rightarrow z=-4$$

$$b) \quad xyz = 24$$

$$yz=12 \Rightarrow x \cdot 12 = 24 \Rightarrow x=2$$

$$b) \quad yz=12 \Rightarrow 12 \cdot x = -24 \Rightarrow x=-2$$

$$b) \quad xz=8 \Rightarrow 8 \cdot y = -24 \Rightarrow y=-3$$

$$b) \quad xyz = 24$$

$$xz=8 \Rightarrow 8 \cdot y = 24 \Rightarrow y=3$$

ОТВЕТ: $x = \pm 2; z = \pm 4; y = \pm 3$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{4} \sqrt{(x+2)(2x-1)} - 3\sqrt{x+6} = 4 - \sqrt{(x+6)(2x-1)} + 3\sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{2x-1} - 3\sqrt{x+6} = 4 - \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{2x-1} + 3\sqrt{x+2}$$

$\begin{matrix} a & b & c & c & b & a \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \end{matrix}$

$$ab - 3c = 4 - cb + 3a$$

$$ab + bc = 3a + 3c + 4$$

$$b(a+c) = 3(a+c) + 4$$

$$(a+c)(b-3) = 4$$

$$(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+6}) / (\sqrt{2x-1} - 3) = 4$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 возрастающ. возрастающ. возрастающ.

Сумма возрастающих функций -
возрастающая. Затем, произведение возрастающих функций -
возрастающая. Функция $y=4$. Точка пересечения
возможна только в одном случае.

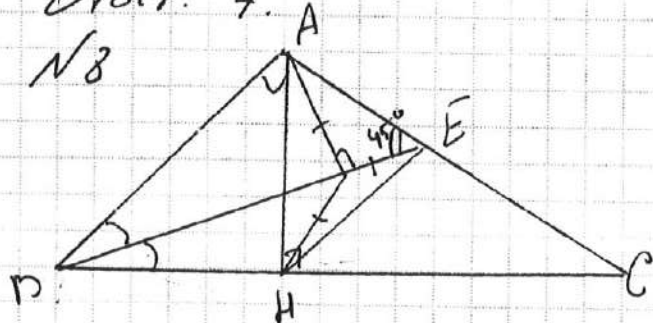
Методом подбора эта точка 7.

$$x=7 \Rightarrow \sqrt{7+2} + \sqrt{7+6} / (\sqrt{14-1} - 3) = 4$$

$$(\sqrt{9} + \sqrt{13}) / (\sqrt{13} - 3) = 4$$

$$13 - 9 = 4$$

Ответ: 7.
№3



Рано: $\triangle ABC$; AM - высота;
 BE - бис-са;
 $\angle BEA = 45^\circ$
Найти: $\angle EHC$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Решение:

1. Доп. построение. $AM \perp ME$; $\angle BAM$ и $\angle BEM$ - прямоугольные (общая гипотенуза AB).
 2. Точка N и точка M принадлежат окр. с диаметром AB . Дуги этой окр. опираются на углы ABE и EBM , которые являются равными. Из этого следует, что хорды $AM = ME$.
 3. $\triangle AME$ прямоугольный $\angle E = 45^\circ$; $\angle A = 45^\circ$.
г. M - центр окр., описанной около $\triangle AME$
 4. $\angle AME$ - вписанный в эту окр., а $\angle AME$ - центральный
следует $\angle AME = 90^\circ$
Тогда $\angle ENC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
- Ответ: 45°

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

ВАРИАНТ 1

√1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
+ + + + + + + + + + + +

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{1+(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}}}{\sqrt{1+(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}}} + \frac{4(\sqrt{6+\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})}{(\sqrt{6-\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})} \cdot \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} + \frac{4(\sqrt{6+\sqrt{2}})^2}{\sqrt{34}\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)^2} + \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{2(6+\sqrt{2})}{2} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{1} + 12 + 2\sqrt{2} = 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 12 + \\ &+ 2\sqrt{2} = 15 \end{aligned}$$

Ответ: 15

√2

| | v, км/ч | S, км | t, ч |
|---|---------|-------|----------------------|
| 1 | 3 | x | $\frac{x-1}{3} = 60$ |
| 2 | 4 | x | $\frac{x+3}{4} = 60$ |

Пусть расстояние от дома до школы равно x

Зная, что идя со скоростью 3 км/ч ученик опоздал на одну минуту, но со скоростью 4 км/ч он пришел на 3 минуты раньше до начала урока, составлю и решу уравнение

$$\frac{120}{x} - \frac{1}{60} = \frac{15}{x} + \frac{3}{60}$$

$$\frac{20x-1}{60} = \frac{15x+3}{60}$$

$$20x-1=15x+3$$

$$5x=4$$

$$x = \frac{4}{5} \text{ (км)}$$

Чтобы найти время подставим во второе уравнение:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{60} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{4+1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ (ч)}$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Чтобы найти скорость $\frac{S}{t}$:

$$\frac{4}{5} : \frac{4}{4} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{16}{5} = 3,2 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

Ответ: 3,2 км/ч

№5

$$\begin{cases} x(y+z) = 14 \\ y(x+z) = 18 \\ z(x+y) = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + xz = 14 \\ yx + yz = 18 \\ zx + zy = 20 \end{cases}$$

Пусть $xy = a$
 $xz = b$
 $zy = c$

$$\begin{cases} a + b = 14 & (1) \\ a + c = 18 & (2) \\ b + c = 20 & (3) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Отнимем от первого уравнения второе:} \\ b - c = -4 \end{array}$$

Выразим b :

$$b = c - 4$$

Подставим в 3-е уравнение:

$$c - 4 + c = 20 \Rightarrow c = 12$$

$$b + 12 = 20$$

$$b = 8$$

$$a + 8 = 14 \Rightarrow a = 6$$

$$\begin{cases} a = 6 \\ b = 8 \\ c = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 6 \\ xz = 8 \\ zy = 12 \end{cases}$$

Перемножим левые и правые части:

$$(xyz)^2 = 6 \cdot 8 \cdot 12 = 48 \cdot 12 = 4 \cdot 12 \cdot 12 = 24^2$$

$$xyz = 24$$

$$xyz = -24$$

$$xy \cdot z = 24 \Rightarrow$$

$$xy \cdot z = -24 \Rightarrow$$

$$z = \frac{24}{6} = 4$$

$$z = \frac{-24}{6} = -4$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клсточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$yz \cdot x = 24$$

$$12 \cdot x = 24 \Rightarrow$$

$$x = 2$$

$$xz \cdot y = 24$$

$$y \cdot 8 = 24 \Rightarrow$$

$$y = 3$$

$$\text{Ответ: } x = 2; x = -2; y = 3; y = -3; z = 4; z = -4$$

$$yz \cdot x = -24$$

$$12 \cdot x = -24 \Rightarrow$$

$$x = -2$$

$$xz \cdot y = -24$$

$$8 \cdot y = -24 \Rightarrow$$

$$y = -3$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1$$

$$(\sin x + \cos x)(\cos^2 x + \sin^2 x - \sin x \cdot \cos x) = 1$$

$$(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x) = 1$$

$$t(1 - \frac{t^2 - 1}{2}) = 1$$

$$\frac{t(3 - t^2)}{2} = 1$$

$$\frac{3t - t^3}{2} = 1$$

$$t^3 - 3t = -2$$

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

Поделим на $(t-1)$:

$$\begin{array}{r} t^3 - 3t + 2 \quad | \quad t-1 \\ t^3 - t^2 \quad \quad \quad | \quad t^2 + t - 2 \\ \hline t^2 - 3t + 2 \quad \quad \quad | \quad t^2 + t - 2 \\ -t^2 + t \quad \quad \quad \quad | \quad -2t + 2 \\ \hline -2t + 2 \quad \quad \quad \quad | \quad -2t + 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1 - \frac{t^2 - 1}{2} =$$

$$= \frac{2 - t^2 + 1}{2} =$$

$$= \frac{3 - t^2}{2}$$

$$\text{Пусть } \sin x + \cos x = t$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = t^2$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x = t^2$$

$$1 + 2 \sin x \cdot \cos x = t^2$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = t^2 - 1$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$$

$$2 = 2 \cdot 1; 1 \cdot 2; -2 \cdot (-1); (-1) \cdot (-2)$$

$$\text{Подбором } t = 1$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$t^3 - 3t + 2 = (t-1)(t^2 + t - 2)$$

$$\begin{cases} t-1=0 \\ t^2+t-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=-2 \\ t=1 \end{cases}$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$\sin x + \cos x = -2 \text{ — невозможно}$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

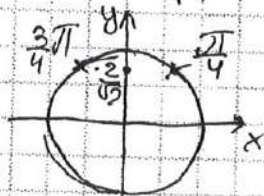
Вспользуемся вспомогательным аргументом:

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \quad \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2}{\sqrt{2}}$$



$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{3}$

$$\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad \sqrt[4]{8}$$

Предположим, что $\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} = \sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)^4}$

$$(\sqrt{2}-1)^4 = (\sqrt{2}-1)^2 \cdot (\sqrt{2}-1)^2 = (2+1-2\sqrt{2})(2+1-2\sqrt{2}) =$$

$$= 10 - 2\sqrt{2} \times 3 - 2\sqrt{2} = 9 - 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 8 = 17 - 12\sqrt{2} \quad \text{итд}$$

Вложим, что $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}$

$$(1+\sqrt{2})^3 = (1+\sqrt{2})^2 \cdot (1+\sqrt{2}) = (1+2+2\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = 3+2\sqrt{2} \cdot 2 = 7+5\sqrt{2}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточки и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2} + 2 = 5 + 2\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{(1+\sqrt{2})^2} + 3\sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = 4 + 3 = 7$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{8}$$

4

$$\sqrt{(x+2)(2x-1)} - 3\sqrt{x+6} = 4 - \sqrt{(x+6)(2x-1)} + 3\sqrt{x+2}$$

Пусть $\sqrt{x+2} = a$, $\sqrt{2x-1} = b$, $\sqrt{x+6} = c$

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \\ x+6 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq -6 \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{2x-1} - 3\sqrt{x+6} = 4 - \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{2x-1} + 3\sqrt{x+2}$$

$$a \cdot b - 3c = 4 - c \cdot b + 3a$$

$$a \cdot b - 3c - 4 + c \cdot b - 3a = 0$$

$$b(a+c) - 3(a+c) - 4 = 0$$

$$(a+c)(b-3) = 4$$

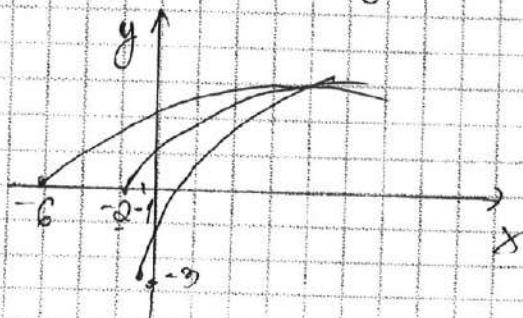
$$(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+6})(\sqrt{2x-1} - 3) = 4$$

возрастающая возр. возраст.

Сумма возрастающих - возрастающая

Произведение возрастающих - возрастающая

Схематичный рисунок:



Пересечение возможно только в 1 точке

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Методом подбора:

$$x = 7$$

$$(\sqrt{7+2} + \sqrt{7+6})(\sqrt{14-1} - 3) = 4$$

$$(\sqrt{9} + \sqrt{13})(\sqrt{13} - 3) = 4$$

$$13 - 9 = 4$$

Ответ: 7

№6

$$(|x-2| - |x|)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = (|x-2| - |x|)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

$$\begin{cases} |x-2| - |x| = 0 \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-2| = |x| & (1) \\ \sqrt{x+2} = \sqrt{1-x} & (2) \end{cases}$$

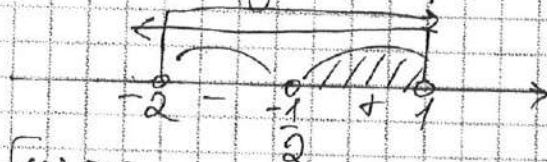
$$(1) \begin{cases} x-2 = x \\ x-2 = -x \end{cases}$$

$$(2) x+2 = 1-x$$

$$\begin{cases} \emptyset \\ x = 1 \end{cases}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Решим методом интервалов:



$$f(0) > 0$$

$$f(-1) < 0$$

Ответ: $(-\frac{1}{2}; 1)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№2

I-вариант

Из 1 случая следует, что $t = \frac{x}{3} - \frac{1}{60}$
Из 2 случая следует, что $t = \frac{x}{4} + \frac{3}{60}$

Подставим найденное x в уравнение t : $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{4}{60}$
 $t = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{60} = \frac{4}{15} - \frac{1}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$
 $\frac{x}{12} = \frac{1}{15}$
 $x = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

Тогда по формуле $S = vt$, где
 S - путь
 v - скорость
 t - время
выразим $v = \frac{S}{t} = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{16}{5} = 3,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Ответ: $3,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | + | + | + | + | + | + | + | 7 |

№6

$(|x-2| - |x|)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$

$f(x) = (|x-2| - |x|)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$

Найдём нули функции

$|x-2| - |x| = 0$

$|x-2| = |x| \quad x = 1$

$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} = 0$

$\sqrt{x+2} = \sqrt{1-x}$

ОДЗ: $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x > -2 \\ x < 1 \end{cases}$

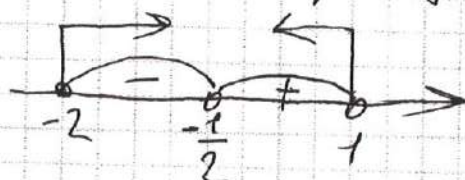
Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x+2=1-x$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Построим прямую с касанием НЧТР. Решим неравенство методом интервалов.



$$f_{(-1)} = (1-3|1-1|)(\sqrt{1}-\sqrt{2}) < 0$$

$$f_{(0)} = (1-2|0|)(\sqrt{2}-\sqrt{1}) > 0$$

Значит $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$

Ответ: $(-\frac{1}{2}; 1)$

~ 1

Рассмотрим ^{первое слагаемое} каждое ^{подкоренное} выражение подробно:

$$3-2\sqrt{2} = 1+(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$3+2\sqrt{2} = 1+(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2} = (\sqrt{2}+1)^2$$

$$\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} = \frac{(\sqrt{6+\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})}{(\sqrt{6-\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})} = \frac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{34}}$$

$$\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}$$

Подставим преобразованные значения в исходное выражение

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(\sqrt{2}-1)^2 + 4 \cdot \frac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = (\sqrt{2}-1)^2 + 2(6+\sqrt{2}) =$$
$$= 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 12 + 2\sqrt{2} = 15$$

Ответ: 15

✓3

Пусть $\sqrt[4]{14-12\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$

$$(\sqrt{2}-1)^4 = (\sqrt{2}-1)^2(\sqrt{2}-1)^2 = (2+1-2\sqrt{2})(2+1-2\sqrt{2}) =$$
$$= (9-6\sqrt{2}-6\sqrt{2}+8) = 14-12\sqrt{2} \Rightarrow \text{предположение верно}$$

Пусть $\sqrt[3]{4+5\sqrt{2}} = \sqrt{2}+1$

$$(\sqrt{2}+1)^3 = (\sqrt{2}+1)^2(\sqrt{2}+1) = (2+1+2\sqrt{2})(\sqrt{2}+1) =$$
$$= (3\sqrt{2}+3+4+2\sqrt{2}) = 4+5\sqrt{2} \Rightarrow \text{предположение верно}$$

$$\sqrt[4]{14-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{4+5\sqrt{2}} = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2} = \sqrt{8} =$$
$$= \sqrt{8}$$

Ответ: $\sqrt[4]{14-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{4+5\sqrt{2}} = \sqrt{8}$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N5

$$\begin{cases} xy + xz = 14 \\ xy + zy = 18 \\ xz + zy = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 14 \\ a + c = 18 \\ c + b = 20 \end{cases}$$

Сложим обе части уравнений

$$2a + 2b + 2c = 32$$

$$a + b + c = 16$$

Подставим $a + b = 14$, тогда

$$14 + c = 16$$

$$c = 2$$

Подставим $a + c = 18$, тогда

$$18 + b = 16$$

$$b = -2$$

Подставим $c + b = 20$, тогда

$$20 + a = 16$$

$$a = -4$$

$$\text{Пусть } \begin{cases} xy = a \\ xz = b \\ yz = c \end{cases}, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} xy = 6 \\ xz = 8 \\ zy = 12 \end{cases}$$

Перемножим обе части

$$xy \cdot xz \cdot zy = 6 \cdot 8 \cdot 12$$

$$x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 12^2 \cdot 2^2$$

$$\begin{cases} x \cdot y \cdot z = 12 \\ x \cdot y \cdot z = -12 \end{cases}$$

$$\text{при } xy = 6 \begin{cases} z = 4 \\ z = -4 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\text{при } zx=8 \quad \begin{cases} y=3 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$\text{при } zy=12 \quad \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Ответ: $x = \pm 2$; $y = \pm 3$; $z = \pm 4$

№4

Пусть $\sqrt{x+2} = a$

$$\sqrt{2x-1} = b$$

$$\sqrt{x+6} = c$$

тогда уравнение примет вид:

$$ab - 3c = 4 - bc + 3a$$

$$ab - 3c + bc + 3a$$

$$(b-3)(a+c) = 4$$

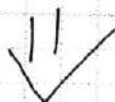
$$(\sqrt{2x-1} - 3)(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+6}) = 4$$

$$f(x) = \sqrt{2x-1} - 3 - \text{возрастает}$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+6} - \text{возрастает}$$

$$f(x) = 4 - \text{прямая } \parallel x$$

их произведение $f(x)$ - возрастает



Пересечение произойдет в одной точке

Пусть $x=4$ - корень

$$(\sqrt{13} - 3)(\sqrt{9} + \sqrt{13}) = 13 - 9 = 4$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Значит предположение верно и $x = 4$ -корень

Ответ: 4

и 4

По формуле суммы кубов:

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = 1$$

(по ОП) $\neq 1$

$$(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = 1$$

$$t \left(3 - \frac{t^2}{2} \right) = 1$$

$$t \cdot (3 - t^2) = 2$$

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \sin x = 1 \\ \cos x + \sin x = -2 \end{cases}$$

$\emptyset$ т.к. при $\cos x = 1, \sin x = 0$

$$\sin x = 0, \cos x = 0$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

Используя вспомогательный аргумент

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

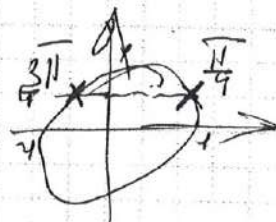
$$\cos \frac{\pi}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{4}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

10 класс
вариант 1

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{2}}{1} \cdot \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}}} + \\
 & + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6+\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}}{\sqrt{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}} + \\
 & + \frac{4\sqrt{(6+\sqrt{2})^2}}{\sqrt{(6-\sqrt{2})(6+\sqrt{2})}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{|3-2\sqrt{2}|}{\sqrt{9-8}} + \\
 & + \frac{4 \cdot |6+\sqrt{2}|}{\sqrt{36-4}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{1}} + \frac{4(6+\sqrt{2})\sqrt{17}}{\sqrt{32 \cdot 2}} = \\
 & = 3-2\sqrt{2} + \frac{4(6+\sqrt{2})\sqrt{17}}{\sqrt{68}} = 3-2\sqrt{2} + \\
 & + \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{4}} = 3-2\sqrt{2} + 2(6+\sqrt{2}) = \\
 & = 3-2\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2} = 15 \\
 & \text{Ответ: } 15
 \end{aligned}$$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | + | 0 | + | + | + | 0 | 0 | 6 |

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 2

$$\begin{array}{l} v_1 = 3 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - \text{опоздал на 1 минуту} \\ v_2 = 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - \text{пришёл раньше на 3 минуты} \\ v_3 - \text{чтобы прийти вовремя?} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} t - \text{время, которое} \\ \text{потребуется утенку, чтобы} \\ \text{прийти вовремя} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} S = v_1(t + \frac{1}{60}) \\ S = v_2(t - \frac{3}{60}) \\ S = v_3 t \end{cases}$$

$$v_1(t + \frac{1}{60}) = v_2(t - \frac{3}{60})$$

$$3(t + \frac{1}{60}) = 4(t - \frac{3}{60})$$

$$3t + \frac{3}{60} = 4t - \frac{12}{60} \quad | :60$$

$$180t + 3 = 240t - 12$$

$$60t = 15$$

$$t = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ часа} = 15 \text{ мин}$$

$$\Downarrow v_3 t = v_2(t - \frac{3}{60})$$

$$v_3 - \frac{1}{4} = 4(\frac{15}{60} - \frac{3}{60})$$

$$v_3 - \frac{1}{4} = \frac{48}{60}$$

$$v_3 = \frac{48}{60} + \frac{1}{4} = \frac{48}{60} + \frac{15}{60} = \frac{63}{60} = 3,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: $3,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} \stackrel{\sqrt{2}}{=} ? \sqrt{8} \\ & 7+5\sqrt{2} = 1+3\cdot 1\sqrt{2}+3\cdot 1\cdot 2+(\sqrt{2})^3 = (1+\sqrt{2})^3 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3} = 1+\sqrt{2} \\ & 17-12\sqrt{2} = 1-4\cdot 1\sqrt{2}+6\cdot 1(\sqrt{2})^2-4\cdot 1(\sqrt{2})^3+4 = \\ & = (1-\sqrt{2})^4 \Rightarrow \sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} = \sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} = |1-\sqrt{2}| = \\ & = \sqrt{2}-1 \\ & \begin{aligned} & \downarrow \downarrow \\ & (\sqrt{2}-1) + (1+\sqrt{2}) = \sqrt{8} \\ & \quad 2\sqrt{2} = \sqrt{8} \\ & \quad \sqrt{8} = \sqrt{8} \end{aligned} \end{aligned}$$

Ответ: эти числа равны

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 5

$$\begin{cases} x(y+z) = 14 & (1) \\ y(x+z) = 18 & (2) \\ z(x+y) = 20 & (3) \end{cases}$$

$$(1)+(2)+(3): xy+xz+xy+yz+xz+yz = 20+18+14$$

$$2(xy+xz+yz) = 52$$

$$xy+xz+yz = 26$$

$$\begin{cases} xy+xz = 26-yz \\ xy+yz = 26-xz \\ xz+yz = 26-xy \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 26-yz = 14 \\ 26-xz = 18 \\ 26-xy = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} yz = 12 & (1') \\ xz = 8 & (2') \\ xy = 6 & (3') \end{cases}$$

$$(1):(2): \frac{yz}{xz} = \frac{12}{8} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$$

$$(1):(3): \frac{yz}{xy} = \frac{12}{6} \Rightarrow \frac{z}{x} = \frac{2}{1}$$

$$(2):(3): \frac{xz}{xy} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{z}{y} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1,5x \\ z = 2x \\ y = 0,75z \end{cases}$$

$$(1): x(y+z) = 14$$

$$x(1,5x+2x) = 14$$

$$3,5x^2 = 14$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2, y_1 = 3, z_1 = 4$$

$$x_2 = -2, y_2 = -3, z_2 = -4$$

Ответ: $(2; 3; 4); (-2; -3; -4)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} > 0$$

1) $-2 \leq x < 0$:

$$(2-x-(-x))(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

$$2(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0 \quad | :2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} > 0$$

$$\sqrt{x+2} > \sqrt{1-x} \quad | *2$$

$$x+2 > 1-x$$

$$2x > -1$$

$$x > -0,5 \text{ — но, с учетом условия } \Rightarrow x \in (-0,5; 0)$$

2) $0 < x \leq 1$:

$$(x-2-x)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

$$-2(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0 \quad | :(-2)$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} < 0$$

$$\sqrt{x+2} < \sqrt{1-x} \quad | *2$$

$$x+2 < 1-x$$

$$2x < -1$$

$$x < -0,5 \text{ — не удовлетворяет условию}$$

Ответ: $x \in (-0,5; 0)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 7

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1$$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x}$

1) $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$:

$$\sin^3 x + (1 - \sin^2 x) \sqrt{1 - \sin^2 x} = 1$$

$$(1 - \sin^2 x)^{\frac{3}{2}} = 1 - \sin^3 x \quad | *2$$

$$(1 - \sin^2 x)^3 = (1 - \sin^3 x)^2$$

$$1 - 3 \cdot 1 \cdot \sin^2 x + 3 \cdot 1 \cdot \sin^4 x - \sin^6 x = 1 - 2 \cdot \sin^3 x + \sin^6 x$$

$$2 \cdot \sin^6 x - 3 \cdot \sin^4 x - 2 \cdot \sin^3 x + 3 \cdot \sin^2 x = 0$$

$$\sin^2 x (2 \cdot \sin^4 x - 3 \cdot \sin^2 x - 2 \cdot \sin x + 3) = 0$$

Пусть $\sin x = a$, $-1 \leq a \leq 1$, тогда:

$$a^2 (2a^4 - 3a^2 - 2a + 3) = 0$$

$$a^2 = 0 \quad \text{или} \quad 2a^4 - 3a^2 - 2a + 3 = 0 \quad \text{— т.к. сумма коэф-ов}$$

$$a = 0$$

↓

равна нулю $\Rightarrow a_1 = 1$

$$(a - 1)(2a^3 + 2a^2 - a - 3) = 0$$

$$a_1 = 1 \quad \text{или} \quad 2a^3 + 2a^2 - a - 3 = 0 \quad \text{— т.к. сумма коэф-ов}$$

↓

равна нулю $\Rightarrow a_2 = 1$

$$(a_2 - 1)(2a^2 + 4a + 3) = 0$$

$$a_2 = 1 \quad \text{или} \quad 2a^2 + 4a + 3 = 0$$

$D < 0 \Rightarrow$ нет
решений

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 7 (продолжение)
Обратная замена:

$$\sin x = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = 1$$

$$\downarrow$$
$$\cos x = 1$$

$$\downarrow$$
$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \text{ где}$$

$$\downarrow$$
$$x = 2\pi \cdot n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$$

2) $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x}$ — при таком условии
 $\cos^3 x < 0$, тогда $\sin^3 x = 1 - \cos^3 x > 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sin x = \sqrt[3]{1 - \cos^3 x} > 1$ — это не имеет
смысла!

Ответ: $2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№1

Б-1

$$\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{(17+1)^2}} + \frac{4(\sqrt{6+\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})}{(\sqrt{6-\sqrt{2}})(\sqrt{6+\sqrt{2}})} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{34}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{4^2(6+\sqrt{2})}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{17}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2} + 2(6+\sqrt{2}) = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 12 + 2\sqrt{2} = 15$$

1 Ответ: 15

№2

Пусть x – расстояние, тогда $t = \frac{x}{3}$ – I раз; $t = \frac{x}{4}$ – II раз.
Исходя из условия задачи, составлю и решу урав-е.

$$\frac{x^{120}}{3} - \frac{1}{60} = \frac{x^{115}}{4} + \frac{3}{60}$$

$$\frac{20x-1}{60} = \frac{15x+3}{60}$$

$$5x-4=0$$

$$x = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\frac{4^{14}}{15} - \frac{1}{60} = \frac{16-1}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3.2 \text{ км/ч}$$

Ответ: 3,2 км/ч

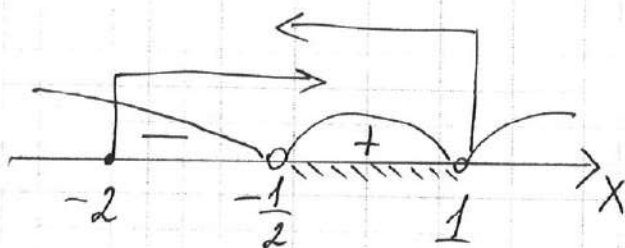
№6

$$(x-2) - |x| \cdot (\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | 0 | 0 | + | + | + | + | 0 | 6 |

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Решим н-во методом
интервалов:



$$\text{ОДЗ: } x+2 \geq 0 \quad 1-x > 0$$

$$x \geq -2 \quad x < 1$$

Если край-е равно 0:

$$1) \sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} = 0$$

$$x+2 = 1-x$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$f(0) = (0+2-1)(0+2-\sqrt{1-0}) > 0$$

$$2) |x-2| - |x| = 0$$

$$f(-1) = (-1+2-1)(-1+2-\sqrt{1+1}) < 0$$

$$|x-2| = |x|$$

$$\begin{cases} x-2 = x \\ x-2 = -x \end{cases} \quad x = 1$$

Ответ: $(-\frac{1}{2}; 1)$

$$2) \sin^3 x + \cos^3 x = 1$$

По ф-ле суммы кубов:

$$(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x) = 1$$

$$(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x) = 1 \quad (\text{ОТГ})$$

$$t \left(\frac{1}{1} - \frac{t^2-1}{2} \right) = 1$$

$$t \left(\frac{2-t^2+1}{2} \right) = 1$$

$$t \left(\frac{3-t^2}{2} \right) = 1$$

$$\frac{3t-t^3}{2} = 1$$

$$\sin x + \cos x = t$$

$$1 + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = t^2$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{t^2-1}{2}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$3t - t^3 = 2$$

$$t^3 - 3t + 2 = 0$$

$t = 1$ - корень, значит делим на $t - 1$

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 3t + 2 & t - 1 \\ \underline{t^3 - t^2} & t^2 + t - 2 \\ - & t^2 - 3t \\ - & t^2 - t \\ - & -2t + 2 \\ - & -2t + 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$(t-1)(t^2+t-2)=0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$$

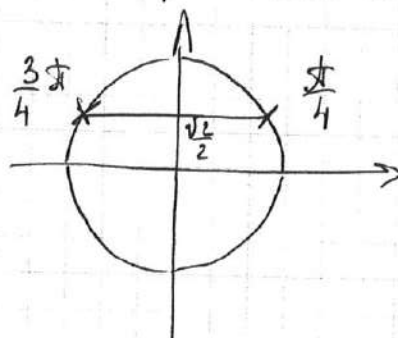
$$\sin x + \cos x = -2 \quad \text{т.к. если } \sin x = -1, \text{ то } \cos x = 0$$

$$1 \sin x + 1 \cos x = 1$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = 1$$

$\cos \pi/4 \quad \sin \pi/4$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{\pi}{4} + x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\frac{\pi}{4} + x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} x(y+z)=14 \\ y(x+z)=18 \\ z(x+y)=20 \end{cases} + \begin{cases} xy+xz=14 \\ xy+yz=18 \\ xz+zy=20 \end{cases}$$

$$2xy + 2xz + 2yz = 52$$

Пусть $xy=a$; $xz=b$; $yz=c$

$$a+b=14$$

$$2(a+b)+2c=52$$

$$2 \cdot 14 + 2c = 52$$

$$28 + 2c = 52$$

$$2c = 24 \Rightarrow c = 12$$

$$xy = 6$$

$$xz = 8$$

$$zy = 12$$

$$xy \cdot xz \cdot zy = 6 \cdot 8 \cdot 12$$

$$x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 576$$

$$xyz = 24$$

$$xyz = -24$$

$$xy = \frac{24}{z}$$

$$6 = \frac{24}{z} \Rightarrow z = 4$$

$$x \cdot z = 8$$

$$xz + c = 20$$

$$b + 12 = 20$$

$$b = 8$$

$$xy + b = 14$$

$$a + 8 = 14$$

$$a = 6$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

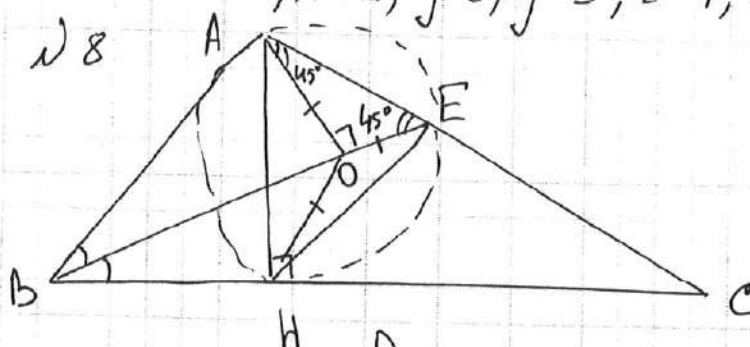
$$x \cdot 4 = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$x \cdot y = 6$$

$$2 \cdot y = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$x \cdot y \cdot z = -24 \Rightarrow x = -2; y = -3; z = -4$$

Ответ: $x = 2; x = -2; y = 3; y = -3; z = 4; z = -4$



Дано: $\triangle ABC$
 AH - высота
 BE - биссектриса
 $\angle BEA = 45^\circ$
 найти: $\angle ENC$

Решение
 1) Проведём перпендикуляр AD на бис-су BE.

В $\triangle AOE$

$$\angle O = 90^\circ$$

$$\angle E = 45^\circ \Rightarrow \angle A = 45^\circ$$

2) Проведём OH

Можно провести окр-ть с центром в т. O и R - AD.

3) $\angle AOE = 90^\circ$, опирается на $\sim AE$
 $\angle AHE$ - впис, опирается на $\sim AE \Rightarrow \angle AHE = 45^\circ$

$$4) \angle ENC = \angle ANC - \angle AHE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Ответ: 45°

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

В-1. ~1.

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} \\ & \cdot \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{6-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \\ & + \frac{4(\sqrt{6+\sqrt{2}})^2 \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1) \cdot (\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{4(6+\sqrt{2}) \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{2}} = \\ & = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1} + \frac{4(6+\sqrt{2})}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2-2\sqrt{2}+1}{1} + 2 \cdot (6+\sqrt{2}) = \\ & = 2-2\sqrt{2}+1+12+2\sqrt{2} = 15. \end{aligned}$$

Ответ: 15.

~2.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | 0 | 0 | + | + | + | + | + | 0 |
| | | | | | | | | | 6 |

Пусть x (км) - расстояние от дома до школы, тогда $\left(\frac{x}{3}\right)$ часов - время, за которое ученик добрался до школы. По условию задачи сказано, что 1 раз он опоздал на 1 мин., а во 2 раз он пришел за 3 мин раньше до начала урока.

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{60} = \frac{x}{4} + \frac{3}{60} \quad | \cdot 3 \cdot 60 \cdot 4.$$

$$x \cdot 60 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = x \cdot 60 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \cdot 3$$

$$3 \cdot 4(20x - 1) = 3 \cdot 4(15x + 3) \quad | : 12.$$

$$20x - 1 = 15x + 3$$

$$5x = 4 \quad | \Rightarrow x = \frac{4}{5} \text{ (км)} - \text{расстояние от дома до школы}$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$t = \frac{S}{v} \Rightarrow t = \frac{4}{5} : 3 - \frac{1}{60} = \frac{4}{15} - \frac{1}{60} = \frac{16-1}{60} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ ч.}$$

$$v = \frac{S}{t} \Rightarrow v = \frac{4}{5} : \frac{1}{4} = \frac{4}{5} \cdot 4 = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3,2 \text{ (км/час)} -$$

- с такой скоростью ему нужно идти, чтобы
прийти в точности к началу урока.

Ответ: 3,2 км/час. ~ 5.

$$\begin{cases} x(y+z) = 14 \\ y(x+z) = 18 \\ z(x+y) = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} xy + xz = 14 \\ xy + zy = 18 \\ xz + zy = 20 \end{cases}$$

$$xy + xz + xy + zy + xz + zy = 14 + 18 + 20.$$

$$2xy + 2xz + 2zy = 52$$

$$2(xy + xz + zy) = 52$$

$$xy + xz + zy = 26. \Rightarrow xy = 26 - (xz + zy) = 26 - 20 = 6; \quad xz = 26 - (xy + zy) = 26 - 18 = 8;$$

$$zy = 26 - (xy + xz) = 26 - 14 = 12.$$

$$zx = 8 \Rightarrow z = \frac{8}{x}; \quad y \cdot z = 12 \Rightarrow y \cdot \frac{8}{x} = 12 \Rightarrow$$

$$8y = 12x$$

$$y = \frac{3x}{2} \Rightarrow y \cdot x = 6 : \frac{3x}{2} \cdot x = 6 \Rightarrow 3x^2 = 6 \cdot 2$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 12 : 3$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 4 - 2; \quad x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$y = \frac{3x}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3; \quad z = \frac{8}{x} = \frac{8}{2} = 4.$$

$$x^2 = 12 : 3$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 4 - 2; \quad x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2; \quad y = 3; \quad z = 4;$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

✓ 6.

$$(|x-2| - |x|)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

$$f(x) = (|x-2| - |x|)(\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

Метод интервалов.

$$DQ3: x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$1-x \geq 0 \quad x \leq +1$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} \geq 0$$

$$\sqrt{x+2} \geq \sqrt{1-x}$$

$$x+2 \geq 1-x$$

$$2x \geq -1$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$|x-2| - |x| \geq 0$$

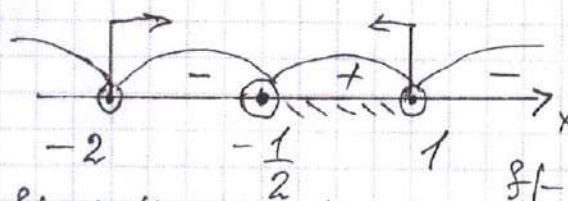
$$\begin{cases} x-2 \geq x \\ x-2 \leq -x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2 \geq x \\ x-2 \leq -x \end{cases}$$

$$x+x-2=0$$

$$2x-2=0$$

$$x=1$$



$$f(2) = (|2-2| - |2|)(\sqrt{2+2} - \sqrt{1-2}) < 0$$

$$f(0) = (|0-2| - |0|)(\sqrt{0+2} - \sqrt{1-0}) > 0$$

$$f(-1) = (|-1-2| - |-1|)(\sqrt{-1+2} - \sqrt{1+1}) < 0$$

$$f(-3) = (|-3-2| - |-3|)(\sqrt{-3+2} - \sqrt{1+3}) < 0$$

Ответ: $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$.

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~ 7.

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1$$

$$(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x) = 1.$$

$$\sin x + \cos x = t$$

$$t^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$$

$$t \cdot \left(1 - \frac{t^2 - 1}{2}\right) = 1.$$

$$t \cdot \left(\frac{2 - t^2 + 1}{2}\right) = 1. \quad t \cdot \left(\frac{3 - t^2}{2}\right) = 1$$

$$\frac{3t - t^3}{2} = 1.$$

$$3t - t^3 = 2 \quad t^3 - 3t + 2 = 0.$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = -2 \quad t_2 = 1.$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases} \begin{cases} \sin x + \cos x = 1 \\ \sin x + \cos x = -2 \end{cases} \text{ (нет решений!)}.$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

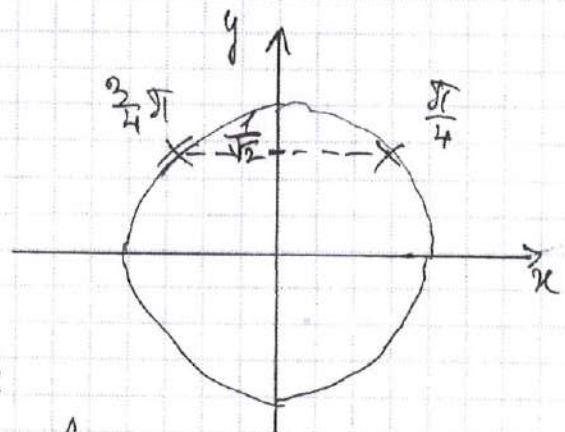
$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = 1.$$

$$\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

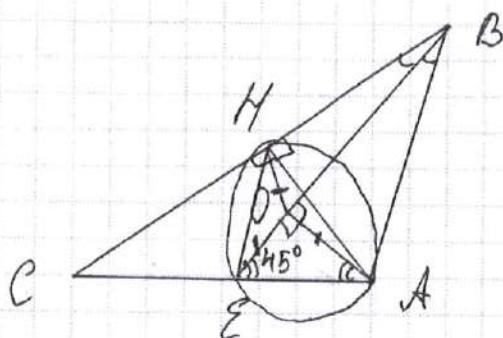
$$\sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k. \end{cases}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



~ 2. Дано: $\triangle ABC$;
 $AN \perp BC$, $\angle ECB = \angle EBA$,
 $\angle BEA = 45^\circ$

Найти: $\angle ENC$.

Решение: Проведем $AO \perp EE$; $\triangle ABO$ и $\triangle ABH$ имеют
общую гипотенузу $AB \Rightarrow AO = OH$; $\triangle AEO$: $\angle BEA = 45^\circ$,
 $\angle AOE = 90^\circ \Rightarrow \angle OAE = 45^\circ \Rightarrow AO = EO \Rightarrow$
 $\Rightarrow OH = OE = OA$; $\triangle AEN$: описан. окруж. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OEA$ - центр. $\angle \Rightarrow \angle ENA = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ENC = \angle ANC - \angle ENA = 45^\circ$.

Ответ: $\angle ENC = 45^\circ$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант 1.

N1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
+ + + 0 + + + + + 6

$$\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} \cdot \frac{4\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} = (*)$$

$$1) \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9-8}}{3+2\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = 3-2\sqrt{2}$$

$$2) \frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{(6+\sqrt{2})(6-\sqrt{2})}}{6-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{36-2}}{6-\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot (6+\sqrt{2})}{(6-\sqrt{2})(6+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot (6+\sqrt{2})}{34}$$

$$(*) = 3-2\sqrt{2} + \frac{4 \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot (6+\sqrt{2})}{34} \cdot \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} =$$

$$= 3-2\sqrt{2} + \frac{4 \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot (6+\sqrt{2}) \cdot \sqrt{17}}{34 \cdot \sqrt{2}} =$$

$$= 3-2\sqrt{2} + 2(6+\sqrt{2}) = 3-2\sqrt{2} + 12 + 2\sqrt{2} =$$

$$= 15$$

Ответ: 15.

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г. Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№2.

Предположим, что утки выходят из дома в одно и то же время. Пусть время до начала урока t часов.

Обозначим неизвестную скорость за x км/ч.

Тогда по условию:

$$\begin{cases} \frac{x \cdot t}{3} = t + \frac{1}{60}, \\ \frac{x \cdot t}{4} = t - \frac{3}{60}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20xt = 60t + 1, \\ 5xt = 20t - 1. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 20xt = 60t + 1 \\ 20xt = 80t - 4 \end{cases} \ominus$$

$$0 = 20t - 5; \quad t = \frac{1}{4} \text{ часа.}$$

Подставляем в любое уравнение:

$$5xt = 20t - 1$$

$$x = \frac{20t - 1}{5t} = \frac{20 \cdot \frac{1}{4} - 1}{5 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{16}{5} = 3,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Ответ: $3,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

№5.

$$\begin{cases} x(y+z) = 14 \\ y(x+z) = 18 \\ z(x+y) = 20. \end{cases}$$

Из первого уравнения
получим: $x = \frac{14}{y+z}$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Второе и третье уравнение:

$$\begin{cases} yx + yz = 18 \\ zx + yz = 20 \end{cases} \Rightarrow \text{вычтем из 2-го первое уравнение} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(z - y) = 2 \quad \Rightarrow \frac{14}{z + y} (z - y) = 2 \quad | : 2$$

$$7(z - y) = z + y$$

$$6z = 8y$$

$$y = \frac{3}{4}z$$

Подставим в выражение для x :

$$x = \frac{14}{y + z} = \frac{14}{\frac{3}{4}z + z} = \frac{14}{\frac{7}{4}z} = \frac{8}{z}$$

Подставим найденные y и x во второе уравнение считаем:

$$\frac{3}{4}z \left(\frac{8}{z} + z \right) = 18$$

$$6 + \frac{3}{4}z^2 = 18$$

$$2 + \frac{z^2}{4} = 6 \quad \Rightarrow z^2 = 16 \quad \Rightarrow z = 4. \quad \checkmark$$

$$x = \frac{8}{z} = \frac{8}{4} = 2.$$

$$y = \frac{3}{4}z = \frac{3 \cdot 4}{4} = 3.$$

Ответ: $x = 2$; $y = 3$; $z = 4$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№3.

Сравните числа: $\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}$ и $\sqrt{8}$.

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = \sqrt[4]{9-12\sqrt{2}+8} + \\
 & + \sqrt[3]{1+3\sqrt{2}+6+2\sqrt{2}} = \sqrt[4]{3^2-2\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2} + \\
 & + \sqrt[3]{1^3+3\cdot 1^2\cdot \sqrt{2}+3\cdot 1\cdot (\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^3} = \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})^2} + \\
 & + \sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3} = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + (1+\sqrt{2}) = \\
 & = \sqrt{1^2-2\cdot 1\cdot \sqrt{2}+(\sqrt{2})^2} + (1+\sqrt{2}) = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + 1+\sqrt{2} = \\
 & = |1-\sqrt{2}| + 1+\sqrt{2} = \sqrt{2}-1 + 1+\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

$$|1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1, \quad \text{так как } (1-\sqrt{2}) < 0.$$

$$2) \quad \sqrt{8} = \sqrt{4\cdot 2} = 2\sqrt{2}.$$

Получили:

$$2\sqrt{2} \text{ и } 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

Значит, $\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} = \sqrt{8}.$

Ответ: числа равны.

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железнодорожского - г. Железнодорожский

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6.

$$(|x-2| - |x|) (\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x}) > 0$$

Два случая:

$$1) \quad |x-2| - |x| > 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} > 0$$

$$2) \quad |x-2| - |x| < 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} < 0.$$

Рассмотрим случай 1):

$$|x-2| - |x| > 0 \quad (*)$$

$$a) \quad x < 0 \Rightarrow 2 - x - (-x) > 0$$

$$2 - x + x > 0$$

$$2 > 0 \Rightarrow x < 0$$

$$b) \quad 0 \leq x < 2 \Rightarrow 2 - x - x > 0$$

$$2 - 2x > 0$$

$$x < 1 \Rightarrow 0 \leq x < 1.$$

$$в) \quad x \geq 2 \Rightarrow x - 2 - x > 0$$

$$-2 > 0$$

∅.

решение (*): $x < 1.$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} > 0 \quad (**).$$

$$\text{ОДЗ: } x+2 \geq 0, \quad 1-x \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

$$x+2 > 1-x$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{решение (**): } -\frac{1}{2} < x \leq 1.$$

Место проведения МБОУ СОШ №3 города Железногорска - г. Железногорск

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Пересечение решений (x) и (x x) :

$$-\frac{1}{2} < x < 1$$

решение неравенства 2):

$$|x-2| - |x| < 0 \quad (x x x)$$

$$a) \quad x < 0 \Rightarrow 2 - x - (-x) < 0$$

$$2 - x + x < 0$$

$$2 < 0$$

$$b) \quad 0 \leq x < 2 \Rightarrow 2 - x - x < 0$$

$$2 < 2x$$

$$x > 1 \Rightarrow 1 < x < 2$$

$$b) \quad x \geq 2 \Rightarrow x - 2 - x < 0$$

$$-2 < 0 \Rightarrow x \geq 2$$

решение (x x x x) : ~~x > 1~~ x > 1.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{1-x} < 0 \quad (x x x x)$$

$$OD.3: \quad -2 \leq x \leq 1$$

$$x+2 < 1-x$$

$$2x < -1$$

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{решение } (x x x x) : -2 \leq x < -\frac{1}{2}$$

пересечение решений (x x x) и (x x x x) 0

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{2} < x < 1$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N7.

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1$$

Используем основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Тогда $\sin^3 x + \cos^3 x = \sin^2 x + \cos^2 x$

$$\sin^2 x (\sin x - 1) + \cos^2 x (\cos x - 1) = 0$$

Заметим, что $\sin^2 x \geq 0$ и $\cos^2 x \geq 0$.

$$\sin x - 1 \leq 0 \text{ и } \cos x - 1 \leq 0$$

То есть равенство выполняется только если

одно из слагаемых = 0, то есть

$$\sin x = 1$$

$$\text{или } \cos x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = 2\pi k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

N9.

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 + 5x + 8y = 6$$

перепишем в виде:

$$2x^2 + 5xy + 3y^2 + 5x + 8y - 3 = 0$$

Будем решать квадрат. уравнение относительно y :

$$3y^2 + (5x + 8)y + 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$D = (5x + 8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (2x^2 + 5x - 3) = 25x^2 + 80x + 64 -$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$-24x^2 - 60x + 96 = x^2 + 20x + 100 = (x+10)^2$$

$$y_{1,2} = \frac{-5x - 8 \pm (x+10)}{6}$$

$$y_1 = \frac{-5x - 8 + x + 10}{6} = \frac{1 - 2x}{3}$$

$$y_2 = \frac{-5x - 8 - x - 10}{6} = -x - 3$$

Тогда: $(3y + 2x - 1)(y + x + 3) = 3$

в целых числах получаем 4 системы:

$$1) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = 1 \\ y + x + 3 = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = 3 \\ y + x + 3 = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = -1 \\ y + x + 3 = -3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = -3 \\ y + x + 3 = -1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = 1 \\ 2y + 2x + 6 = 6 \end{cases} \oplus$$

$$y - 7 = -5$$

$$y = 2; \quad x = -2$$

$$2) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = 3 \\ 2y + 2x + 6 = 2 \end{cases} \ominus$$

$$y - 7 = 1$$

$$y = 8; \quad x = -10$$

$$3) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = -1 \\ 2y + 2x + 6 = -6 \end{cases} \oplus$$

$$y - 7 = -5$$

$$y = 12; \quad x = -18$$

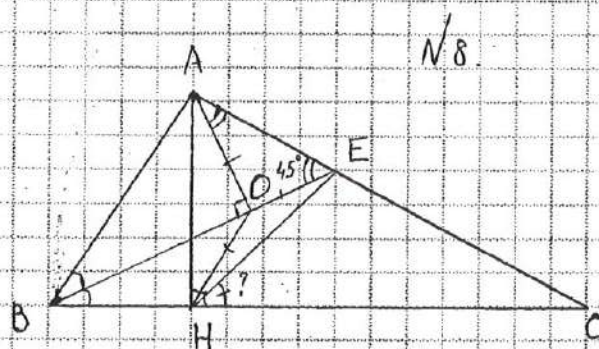
$$4) \begin{cases} 3y + 2x - 1 = -3 \\ 2y + 2x + 6 = -2 \end{cases} \ominus$$

$$y - 7 = -1$$

$$y = 6; \quad x = -10$$

Ответ: $(-2, 2); (-10, 8); (-18, 12); (-10, 6)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Дано: $\triangle ABC$.

AH - высота $\triangle ABC$.

BE - биссектриса $\angle ABC$.

$\angle BEA = 45^\circ$.

Найти: $\angle ENH$.

Решение:

~~1) Из точки A опустим перпендикуляр AO на BE. Тогда, $\triangle AOE$ -~~

прямоугольный, $\angle AEO = 45^\circ$ из усл. $\Rightarrow \angle OAE = 45^\circ$.
Следовательно, $\triangle AOE$ - равнобедренный (по углу). $AO = OE$.

2) Точки O и H лежат на одной окружности с диаметром AB, т.к. $\angle AOB = \angle AHB = 90^\circ \Rightarrow AO = OH$, т.к. на эти дуги опираются равные углы ABO и HBO.

Значит, O - центр описанной окружности.

$\triangle AHE \Rightarrow \angle AHE = \frac{1}{2} \angle AOE = 45^\circ$

$\angle ENH = 90^\circ - \angle AHE = 45^\circ$.

Ответ: 45° .

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N1

В-12

$$\frac{a^2 - ac^2 + 2c^2 - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - c^4} - \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2} = \frac{(a-2)(a+2-c^2)}{(a+c^2)(a-c^2+2)} - \frac{(a-2)^2}{(a+c^2)(a-2)} =$$

$$= \frac{a-2}{a+c^2} - \frac{a-2}{a+c^2} = 0.$$

Ответ: 0

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | 0 | + | 0 | 0 | + | 0 | + | 5 |

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N 4

$$\frac{3197}{7678} \text{ и } \frac{31973197}{76787678}$$

Приведем числа к общему знаменателю, чтобы сравнить их.

$$\frac{3197 \cdot 76787678}{7678 \cdot 76787678}$$

$$\frac{31973197 \cdot 7678}{76787678 \cdot 7678}$$

Сравним числители:

$$3197 \cdot 76787678 \text{ и } 31973197 \cdot 7678$$

$$3197 \cdot 7678 \cdot 10001 \text{ и } 3197 \cdot 1001 \cdot 7678$$

$$\text{т.к. } 76787678 = 7678 \cdot 10001 \text{ и } 31973197 = 3197 \cdot 10001 \Rightarrow$$

$$3197 \cdot 10001 \cdot 7678 = 3197 \cdot 10001 \cdot 7678$$

т.к. мы приведем к общему знаменателю $\Rightarrow$ дроби равны $\Rightarrow$ числа равны.

$$\frac{3197}{7678} = \frac{31973197}{76787678}$$

Ответ: числа равны

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Ng

$$(|1-2x| - |x+2|)(\sqrt{1+2x} - \sqrt{2-x}) > 0, \text{ OK3: } \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \\ -0.5 \quad 2 \end{array} x$$

уменьшились на соответствующее:

$$((1-2x) - (x+2))((1-2x) + (x+2))(\sqrt{1+2x} - \sqrt{2-x})(\sqrt{1+2x} + \sqrt{2-x}) > 0$$

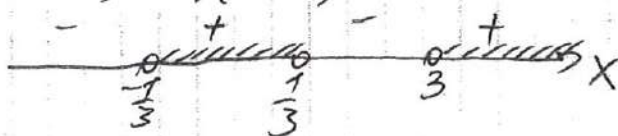
$$((1-2x)^2 - (x+2)^2)((\sqrt{1+2x})^2 - (\sqrt{2-x})^2) > 0$$

$$(1-4x+4x^2-x^2-4x-4)(1+2x-2+x) > 0$$

$$(3x^2 - 8x - 3)(3x - 1) > 0$$

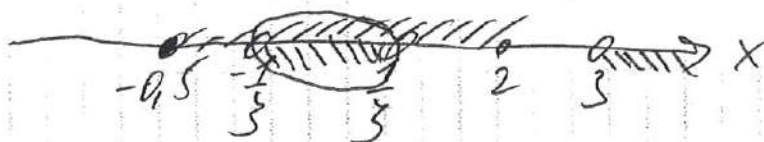
$$3x^2 - 8x - 3 = 3(x + \frac{1}{3})(x - 3) = (3x + 1)(x - 3) \Rightarrow$$

$$(3x+1)(a-3)(3x-1) > 0$$



$$x \in (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \cup (3, +\infty)$$

Ответ с учетом ВДЗ:



~~$x \in [-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$~~ $x \in (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

~~$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$~~ Orbet: $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N2

до того, как он заметил пропажу, он плыл по т.р. Он заметил через 10 минут, через 30 секунд он плыл 20 минут (всего)

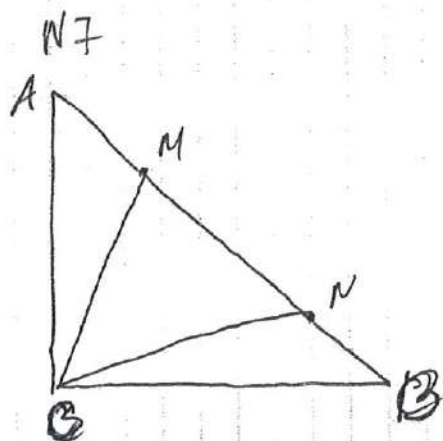
$$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

$$S = 1 \text{ км}, t = \frac{S}{v} \quad v = \frac{S}{t}$$

$$v = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: $3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



т.к. $\triangle ACN$ равнобедр. $\Rightarrow$

$AC = AN$, $\angle ACN = \angle CNA$

т.к. $\triangle BCM$ равнобедр. $\Rightarrow BC = BM$

$\angle BCM = \angle CMB$.

$\angle MCN = \angle C - \angle CMB - \angle ANC$.

т.к. $\triangle ANC$ равнобедр., $\triangle BMC$ равнобедр. $\Rightarrow \angle CMB + \angle ANC = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2}$
 $= 45^\circ \Rightarrow \angle MCN = 45^\circ$

Ответ: 45°

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N3

$$\sqrt{3x^2-1} + \sqrt{x^2-x+1} = \sqrt{3x^2+2x+1} + \sqrt{x^2+2x+4}$$

Т.к. все подкоренные выражения являются полными квадратами, то попробуем искать д.к.р.с.:

$$\begin{aligned} 3x^2-1+x^2-x+1 &= 3x^2+2x+1+x^2+2x+4 \\ -5x-5 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = -1$$

Проверим:

$$\sqrt{3(-1)^2-1} + \sqrt{(-1)^2-1+1} = \sqrt{3(-1)+2(-1)+1} + \sqrt{(-1)^2+2(-1)+4}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{1} = \sqrt{-2} + \sqrt{2} \quad (\checkmark)$$

Ответ: -1.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 1

класс 10

Вариант 2

$$\frac{a^2 - ac^2 + 2c^2 - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - 4} - \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2} = \frac{(a^2 - 4) - (ac^2 - 2c^2)}{(a^2 - c^2)(a + 2c^2)} - \frac{(a-2)^2}{(a^2 - 2a)(ac^2 - 2c^2)}$$

$$= \frac{(a-2)(a+2) - c^2(a-2)}{(a-c^2)(a+c^2) + 2(a+c^2)} - \frac{(a-2)^2}{a(a-2) + c^2(a-2)} = \frac{(a-2)(a+2-c^2)}{(a+c^2)(a-c^2+2)} -$$

$$- \frac{(a-2)^2}{(a-2)(a+c^2)} = \frac{(a-2)}{(a+c^2)} - \frac{(a-2)}{(a+c^2)} = 0$$

Задача 2

V_0 - скорость лодки
 V_T - скорость течения

S_1 - расстояние по течению проплавания $S_1 = \frac{1}{6}(V_0 + V_T)$

S_2 - расстояние против течения проплавания $S_2 = t_2(V_0 - V_T)$

t_2 - время на обратный путь

$$t_2 = \frac{S_1 - 1}{V_0 - V_T} = \frac{\frac{1}{6}(V_0 + V_T) - 1}{V_0 - V_T}$$

Время, за которое шлема проплавала 1 км равно $\frac{1}{6} + t_2$
 тогда

$$\frac{1}{6} + \frac{\frac{1}{6}(V_0 + V_T) - 1}{V_0 - V_T} = \frac{1}{V_T}$$

$$V_T(V_0 - V_T) + V_T(V_0 + V_T) - 6V_T = 6(V_0 - V_T)$$

$$V_TV_0 - V_T^2 + V_TV_0 + V_T^2 - 6V_T - 6V_0 + 6V_T = 0$$

$$2V_TV_0 - 6V_0 = 0$$

$$V_0(V_T - 3) = 0$$

$$V_0 - \text{не может быть равно } 0 \Rightarrow V_T - 3 = 0$$

$$V_T = 3$$

Скорость реки 3 км/ч

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | 0 | + | + | + | 0 | + | + | 5 |

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5

$$\begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = 8 \\ \frac{xyz}{z+x} = 6 \\ \frac{xyz}{y+z} = 4,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8(x+y) = 6(z+x) \\ 6(z+x) = 4,8(y+z) \\ 4,8(y+z) = 8(x+z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y = 6z - 2x \\ 4,8y = 1,2z + 6x \\ 3,2y = 4,8z - 8x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8y = 6z - 2x \\ 4,8y = \end{cases} \begin{cases} 4y = 3z - x \\ 2,4y = 0,6z + 5x \\ 1,6y = 2,4z - 4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 3z - x \\ 0,8y = 0,2z + x \\ 1,6y = 2,4z - 4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{4,8y = 3,2z} \Rightarrow 3,2z = 1,2z + 6x \Rightarrow \begin{cases} 2z = 6x \\ z = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y = 6 \cdot 3x - 2x \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6x^3}{3x} = 8 \Rightarrow x = 2 \\ \frac{6x^3}{4x} = 6 \quad x = 2 \\ \frac{6x^3}{5x} = 4,8 \quad x = 2 \end{cases} \quad \checkmark$$

Ответ: $x=2, y=4, z=6$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 6

$$2x^2 - 3xy - x - 2y^2 + 7y = 5$$

$$2x^2 - 3xy - x - 2y + 7y - 3 = 2$$

Распопишем уравнение $2x^2 - 3xy - x - 2y^2 + 7y - 3 = 0$

Решим относительно x

$$2x^2 - (3y+1)x - 2y^2 + 7y - 3 = 0$$

$$a=2; b=-(3y+1); c=-2y^2+7y-3$$

$$D = (3y+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2y^2+7y-3) = 9y^2+6y+1+16y^2-56y+24 = 25y^2-50y+25 = 25(y^2-2y+1) = 25(y-1)^2$$

$$x_1 = \frac{3y+1+5(y-1)}{4}$$

$$x_2 = \frac{3y+1-5(y-1)}{4}$$

$$x_1 = 2y-1$$

$$x_2 = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}$$

$$2x^2 - (3y+1)x - 2y^2 + 7y - 3 = 2(x - (2y-1))(x - (\frac{1}{2}y + \frac{3}{2})) = (x-2y+1)(2x+y-3)$$

тогда $(x-2y+1)(2x+y-3) = 2$

получаем

$$1) \begin{cases} x-2y+1=2 \\ 2x+y-3=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=1 \\ 4x+2y=8 \end{cases}$$

$$5x=9$$

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} x-2y+1=1 \\ 2x+y-3=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=0 \\ 4x+y=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=0 \\ 4x+2y=10 \end{cases}$$

$$5x=10$$

$$x=2$$

$$y=1$$

$$(2; 1)$$

$$3) \begin{cases} x-2y+1=-2 \\ 2x+y-3=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=-3 \\ 4x+2y=4 \end{cases}$$

$$x \in \mathbb{Z}$$

$$4) \begin{cases} x-2y+1=-1 \\ 2x+y-3=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=-2 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$$

$$5x=0$$

$$x=0$$

$$y=1$$

$$(0; 1)$$

Ответ: $(2; 1); (0; 1)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8

$$\sin^3 x - \cos^3 x = 1$$

$$1) \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Задача 9

$$(|1-2x| - |x+2|)(\sqrt{1+2x} - \sqrt{2-x}) > 0$$

$$1) \begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ x-x \geq 0 \end{cases} \quad x \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$$

$$2) a) \begin{cases} |1-2x| - |x+2| > 0 \\ \sqrt{1+2x} - \sqrt{2-x} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x-1| > |x+2| \\ \sqrt{2x+1} > \sqrt{2-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2x-1)^2 > (x+2)^2 \\ 2x+1 > 2-x \end{cases}$$

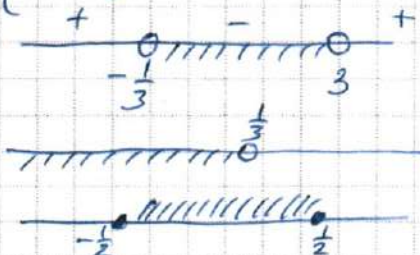
$$\begin{cases} (2x-1-x-2)(2x-1+x+2) > 0 \\ 3x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-3)(3x+1) > 0 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} |1-2x| - |x+2| < 0 \\ \sqrt{1+2x} - \sqrt{2-x} < 0 \end{cases}$$

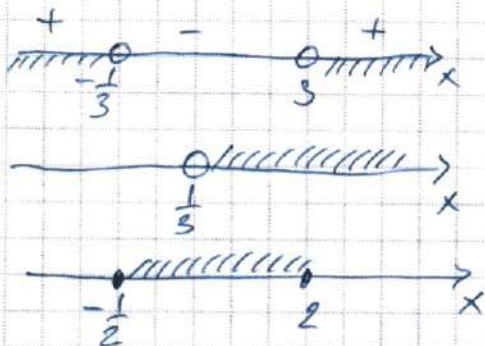
$$\begin{cases} |2x-1| < |x+2| \\ \sqrt{2x+1} < \sqrt{2-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-3)(3x+1) < 0 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Продолжение задания 9



$x \in \emptyset$

$x \in (-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$

Ответ: $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$

Задание 4

$$\frac{3197}{7678} = \frac{31973197}{76787678}$$

$$31973197 = 31970000 + 3197 = 3197(10000 + 1) = 3197 \cdot 10001$$

$$76787678 = 76780000 + 7678 = 7678(10000 + 1) = 7678 \cdot 10001$$

$$\frac{31973197}{76787678} = \frac{3197 \cdot 10001}{7678 \cdot 10001} = \frac{3197}{7678}$$

Ответ: числа равны

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№1

В-II

$$\frac{a^2 - ac^2 + 2c^2 - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - c^4} - \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2} = \frac{(a-2)(a+2) - c^2(a-2)}{(a-c^2)(a+c^2) + (a+c^2)} - \frac{a-2^2}{(a-2)(a+c^2)} =$$

$$= \frac{(a-2)(a+2-c^2)}{(a+c^2)(a-c^2+2)} - \frac{a-2}{a+c^2} = \frac{a-2}{a+c^2} - \frac{a-2}{a+c^2} = 0$$

№4

$$\begin{array}{r} 3197 \text{ и } 31973197 \\ 7678 \quad 76787678 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 0 \\ + 10 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

~~Матрица~~ Разности на множестве:

$$\frac{31973197}{76787678} : \frac{3197}{7678} = \frac{10001}{10001} = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{31973197}{76787678} = \frac{3197}{7678} \cdot \frac{10001}{10001} = \frac{3197}{7678}$$

Вывод: они тоже равны.

№5

$$\begin{cases} \frac{xy2}{x+y} = 8 & xy2 = 8(x+y) & \frac{8x}{xy2} + \frac{8y}{xy2} = 1 & \frac{1}{y2} = a; \frac{1}{x2} = b \\ \frac{xy2}{2+x} = 6 & xy2 = 6(2+x) & \frac{6x}{xy2} + \frac{6y}{xy2} = 1 & \frac{1}{xy} = c \\ \frac{xy2}{y+2} = 4,8 & xy2 = 4,8(y+2) & \frac{4,8y}{xy2} + \frac{4,8x}{xy2} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8a + 8b = 1 \\ 6c + 6a = 1 \\ 4,8b + 4,8c = 1 \end{cases} + \begin{cases} a + b = \frac{1}{8} \\ c + a = \frac{1}{6} \\ b + c = \frac{10}{48} = \frac{5}{24} \end{cases}$$

$$2(a+b+c) = \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{5}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$a+b+c = \frac{1}{4}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \\ b &= \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \\ a &= \frac{1}{4} - \frac{5}{24} = \frac{1}{24} \end{aligned} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{yz} \\ b = \frac{1}{xz} \\ c = \frac{1}{xy} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{yz} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{xz} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{xy} = \frac{1}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} yz = 24 \\ xz = 12 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$z = \frac{24}{y} \quad x = \frac{8}{y}$$

$$\frac{24}{y} \cdot \frac{8}{y} = 12$$

$$\frac{24 \cdot 8}{y^2} = 12$$

$$24 \cdot 8 = 12 y^2$$

$$y^2 = 16$$

$$y = \pm 4$$

$$x = \frac{8}{\pm 4} = \pm 2$$

$$z = \frac{24}{\pm 4} = \pm 6$$

Ответ: $x=2; y=4; z=6$ или $x=-2; y=-4; z=-6$

$$2x^2 - 3xy - x - 2y^2 + 7y = 5$$

$$\frac{2}{a}x^2 - x(3y+1) - \frac{12y+7y+5}{c} = 0$$

$$D = (3y+1)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (12y^2 - 7y + 5) = 9y^2 + 6y + 1 + 48y^2 - 28y + 20 = 57y^2 - 22y + 21$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{(8y-5)^2 + 16}$$

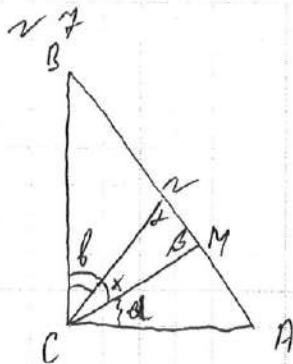
$$\sqrt{D} - \text{целое при } y=1$$

$$\sqrt{D} = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{(3+1) \pm 4}{2} = 0; 2$$

Ответ: $(0; 1)$ и $(2; 1)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Дано: $\triangle ABC$

$$\angle C = 30^\circ \quad BC = BM \quad AC = AN$$

Найти: $\angle MCN$

Решение:

$$\angle ACN = \angle BCC = \angle$$

$$\angle BCM = \angle BMC = \beta$$

$$\begin{cases} \angle A + 2\angle = 180 \\ \angle B + 2\beta = 180 \end{cases}$$

$$\angle A + \angle B + 2\angle + 2\beta = 360$$

$$180 - \angle C = 90 = \angle A + \angle B$$

$$2\angle + 2\beta + 90 = 360$$

$$2\angle + 2\beta = 270 \quad | :2$$

$$\angle + \beta = 135$$

$$135 - 90 = x$$

$$x = 45^\circ$$

Ответ: 45°

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 8

$$\sin^3 x - \cos^3 x = 1$$

$$\sin^3 x - \cos^3 x = 1$$

$$\sin^3 x - \cos^3 x = \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$-\sin^3 x + \cos^3 x + \cos^2 x + \sin^2 x = 0$$

$$(\sin^2 x - \sin^3 x) + (\cos^2 x + \cos^3 x) = 0$$

$$\sin^2 x (1 - \sin x) + \cos^2 x (1 + \cos x) = 0$$

$$\begin{matrix} \text{II} & \text{II} \\ 1 - \cos^2 x & 1 - \sin^2 x \end{matrix}$$

$$(1 - \cos^2 x)(1 - \sin x) + (1 - \sin^2 x)(1 + \cos x) = 0$$

$$1 - \cos^2 x = (1 - \cos x)(1 + \cos x)$$

$$1 - \sin^2 x = (1 - \sin x)(1 + \sin x)$$

$$(1 - \cos x)(1 + \cos x)(1 - \sin x) + (1 - \sin x)(1 + \sin x)(1 + \cos x) = 0$$

$$(1 + \cos x)(1 - \sin x)[1 - \cos x + 1 + \sin x] = 0$$

$$(1 + \cos x)(1 - \sin x)(\sin x - \cos x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} 1 + \cos x = 0 & (1) \\ 1 - \sin x = 0 & (2) \\ \sin x - \cos x + 2 = 0 & (3) \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$(3) \sin x - \cos x + 2 = 0 \quad \text{I: } \sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad \cos \frac{\pi}{4} \sin x - \sin \frac{\pi}{4} \cos x = -\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$$

по формуле:

$$[\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha]$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{2}{\sqrt{2}} \quad \in [-1; 1]$$

Ответ: $x = \pi + 2\pi k$
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

ВАРИАНТ 2

$$N1 \quad \frac{a^2 - ac^2 + 2c - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - c^4} - \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2} = \frac{-c^2(a-2) + (a-2)(a+2)}{(a+c^2)(2+a-c^2)} -$$

$$- \frac{(a-2)^2}{(a-2)(a+c^2)} = \frac{(a-2)(a+2-c^2)}{a+c^2(a+2-c^2)} - \frac{(a-2)^2}{(a-2)(a+c^2)} = \frac{a-2}{a+c^2} - \frac{a-2}{a+c^2} = 0$$

$$N4 \quad \begin{array}{r} 3197 \\ 7678 \end{array} \quad 4 \quad \begin{array}{r} 31973197 \\ 76787678 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ \Sigma \\ + 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 7 \ 1 \ 1 \ 0 \ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31973197 \\ 3197 \\ \hline - 3197 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3197 \\ 10001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76787678 \\ 7678 \\ \hline - 7678 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7678 \\ 10001 \end{array}$$

$$\frac{3197}{7678} \quad \frac{3197 \cdot 10001}{7678 \cdot 10001}$$

$$\frac{3197}{7678} = \frac{3197}{7678}$$

$$N6 \quad 2x^2 - 3xy - x - 2y^2 + 7y = 5$$

$$2(x^2 - x(3y+1) - 2y^2 - 7y + 5) = 0$$

$$\Delta = (3y+1)^2 + 4 \cdot 2(2y^2 - 7y + 5) = 9y^2 + 6y + 1 + 16y^2 - 56y + 40 =$$

$$= 25y^2 - 50y + 41 = 25y^2 - 50y + 25 + 16$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(5y-5)^2 + 16}$$

$\sqrt{\Delta}$ - может быть целым числом только при $y=1$?

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$x_1; x_2 = \frac{(3 \cdot 1 + 1) \pm 4}{4}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

Отв. (2; 1); (0; 1)

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sqrt{8} \sin^3 x - \cos^3 x = 1$$

$$\sin x - \cos x = t$$

$$(\sin x - \cos x)(1 - \sin x \cos x) = 1 \quad 1 - 2 \sin x + \cos x = t^2$$

$$t(1 - \frac{1-t^2}{2}) = 1$$

$$t(2 - 1 + t^2) = 2$$

$$t(1 + t^2) = 2$$

$$t + t^3 - 2 = 0$$

$$t^3 + t - 2 = 0$$

$$(t-1)(t^2+t+2) = 0$$

$$t = 1$$

$$\begin{cases} t = -2 \text{ н.к. ; т.к. } \sin x + \cos x = -2 - \text{невозможно} \\ t = 1 \end{cases}$$

$\text{если } \sin x = -1 \Rightarrow \cos x = 0$

$$\begin{array}{r|l} t^3 + t - 2 & t - 1 \\ \hline t^3 - t^2 & t^2 + t + 2 \\ -t^2 + t & \\ -t^2 - t & \\ 2t - 2 & \\ -2t - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\sqrt{2}(\sin x - \cos x) = 1$$

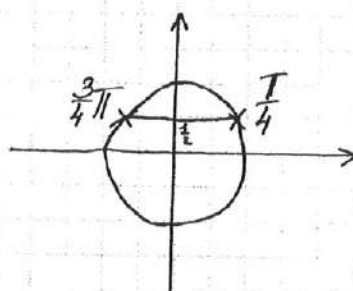
$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x \right) = 1$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ. } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; x = \pi + 2\pi k$$



$$\sqrt{5} \begin{cases} \frac{xyz}{x+y} = 8 & (1) \\ \frac{xyz}{z+x} = 6 & (2) \\ \frac{xyz}{y+z} = 4,8 & (3) \end{cases}$$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г. Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$1) xyz = 8(x+y)$$

$$8x + 8y = xyz$$

$$\frac{8x}{xyz} + \frac{8y}{xyz} = 1$$

$$\frac{8 \cdot 1}{y \cdot z} + \frac{8 \cdot 1}{x \cdot z} = 1$$

$$\frac{1}{y \cdot z} = A; \frac{1}{x \cdot z} = B$$

$$8(A+B) = \frac{1}{8}$$

$$2) xyz = 6(z+x)$$

$$\frac{6z}{xyz} + \frac{6x}{xyz} = 1$$

$$\frac{6 \cdot 1}{xy} + \frac{6}{yz} = 1$$

$$\frac{1}{xy} = C$$

$$6(A+C) = \frac{1}{6}$$

$$3) xyz = 4,8(y+z)$$

$$\frac{4,8y}{xyz} = \frac{4,8}{xyz} = 1$$

$$\frac{4,8}{xz} + \frac{4,8}{xy} = 1$$

$$4,8(B+C) = \frac{1}{4,8} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

$$\begin{cases} A+B = \frac{1}{8} \\ C+A = \frac{1}{6} \\ B+C = \frac{5}{24} \end{cases}$$

$$C = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$B = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$A = \frac{1}{4} - \frac{5}{24} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{8}{y}$$

$$\frac{8}{y} \cdot \frac{24}{y} = 12$$

$$z = \frac{24}{y}$$

$$\frac{192}{y^2} = 12$$

$$y^2 = 16$$

$$y = \pm 4$$

$$2(a+b+c) = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{5}{24}\right) \cdot 2 = \frac{6+8+5}{24} = \frac{19}{12}$$

$$a+b+c = \frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{24} = \frac{1}{yz} \\ B = \frac{1}{12} = \frac{1}{xz} \\ C = \frac{1}{8} = \frac{1}{xy} \end{cases}$$

$$\begin{cases} yz = 24 \\ xz = 12 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$1) y = \frac{24}{z}$$

$$x = \frac{12}{z}$$

$$\frac{288}{z^2} = 8$$

$$z^2 = 36$$

$$z = \pm 6$$

$$3) z = \frac{24}{y} \Rightarrow z = \frac{12}{x}$$

$$y = \frac{8}{x}$$

$$\frac{12}{x} \cdot \frac{8}{x} = 24$$

$$\frac{96}{x^2} = 24$$

$$x^2 = 4$$

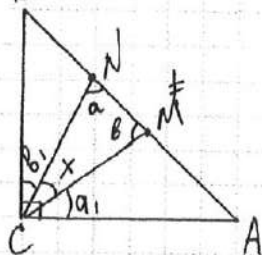
$$x = \pm 2$$

Ответ. $\neq 2, 4, 6$ или $-2, -4, -6$

Место проведения МБОУ технический лицей №176 Карасукского района Новосибирской области
- г.Карасук

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№7 В



Дано: $\triangle ABC$ - прямоугол.

$$BC = BM; AC = AN$$

Найти: x

Решение: 1) Рассмотрим $\triangle ACN$

$$\angle ACN = \angle ANC = a$$

$$2) \text{ В } \triangle CBM : \angle BCM = \angle BMC = b$$

$$3) \begin{cases} \angle B + 2b = 180 \\ \angle A + 2a = 180 \end{cases}$$

$$\angle A + \angle B + 2a + 2b = 360$$

$$90 + 2a + 2b = 360$$

$$2a + 2b = 270$$

$$2a + 2b = 270$$

$$a + b = 135$$

$$135 - 90 = x$$

$$x = 135 - 90$$

$$x = 45^\circ$$

Ответ: 45°

$$\angle A + \angle B = 90$$

$$b_1 + x + a_1 = 90$$

$$x = 90 - b_1 - a_1$$

$$b_1 = b - x$$

$$a_1 = a - x$$

$$x = 90 - b + x - a + x$$

$$a + b - 90 = x$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 1

II Вариант

x м/с скорость пассажира, y м/с - скорость эскалатора

S м - путь от верха эскалатора до низа

$$\begin{cases} \frac{S}{x} = 42 \\ \frac{S}{x+y} = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{S}{42} \\ x+y = \frac{S}{24} \end{cases} \Rightarrow x = S \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{42} \right) = \frac{S}{56} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S}{x} = 56 \text{ с} \quad \text{Ответ: } 56 \text{ с}$$

Задача 2

Рассмотрим функцию $y = \frac{\ln x}{x}$,

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1 - \ln x}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\ln e}{e} > \frac{\ln 3}{3}$$

$$\Rightarrow 3^{\ln e} > e^{\ln 3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln e^3 > \ln 3^e \Rightarrow e^3 > 3^e$$

$$\text{Ответ: } e^3 > 3^e$$

Задача 3

$$1) \boxed{x=1} \quad 0=0$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ + & + & + & + & + & + & + & + & + & + \\ \hline & & & & & & & & & \end{array}$$

✓

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

2) $\begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$ Обозначим $\log_x 2 = a, \log_x 3 = b, \log_x 4 = c, \log_x 5 = d, a b c d \neq 0$

$$\frac{1}{abcd} = \frac{1}{abc} + \frac{1}{bcd} + \frac{1}{acd} + \frac{1}{abd} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 1$$

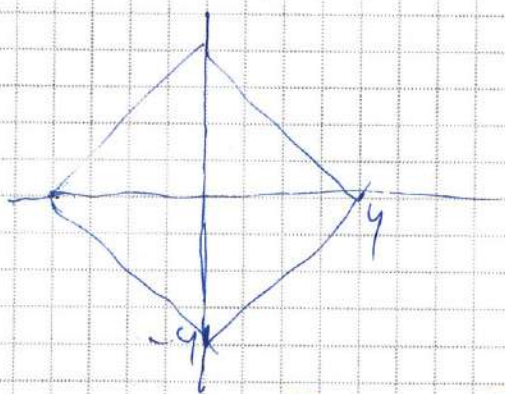
$$\log_x 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 1 \Rightarrow x = 120 \text{ Ответ: } 120, 1$$

Задача 4

5 - ?

$|x| + |y| = 4$ - квадрат с диагональю $4 \cdot 2 = 8$

$|x - 3| + |y + 2| = 4$ - квадрат с центром в точке $(3; -2)$



где ответом не решается?

$$S = \frac{d^2}{2} = \frac{8^2}{2} = 32$$

Ответ: 32

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5

$$x^2 + y^2 = 1 + y + xy$$

$$2x^2 + 2y^2 - 2xy = 2 + 2y$$

$$x^2 + (x-y)^2 + (y-1)^2 = 3$$

Сумма ^{квадратов} 3х целых чисел равна 3 только
если каждый из них равен 1 $\Rightarrow x = \pm 1$,

$$\begin{cases} y=0 \\ y=2 \end{cases}, x-y = \pm 1$$

$$1) \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

не подходит
по условию
т.к.
 $x-y=3$

Ответ: (1; 2); (1; 0); (-1; 0)

Задача 6

$$\arccos \frac{1}{2} + \arccos \frac{1}{3}$$

Пусть $\arccos \frac{1}{2} = \alpha$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; $\cos \alpha = \frac{1}{2}$; $\arccos \frac{1}{3} = \beta$; $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$; $\cos \beta = \frac{1}{3}$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}}{1} = \frac{\frac{1}{6} - \frac{2\sqrt{6}}{6}}{1} = \frac{1 - 2\sqrt{6}}{6} \neq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 45^\circ$$

Ответ: 45°

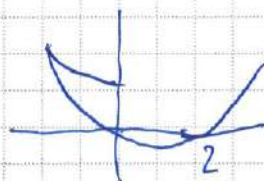
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 8

$$\log_2(x \cdot 2^{x^2}) \geq 1 + 2x, \quad x > 0$$

$$x \cdot 2^{x^2} \geq 2 \cdot 2^{2x}$$

$$y = x^2 - 2x$$



1) $x < 2$ тогда $x < 2$

$$2^{x^2} < 2^{2x} \text{ (т.к. } 2^{x^2 - 2x} < 2^0 = 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{д.т.} < \text{п.т.}$$

2) $x \geq 2$ $x \geq 2$

$$2^{x^2} \geq 2^{2x} \text{ (т.к. } 2^{x^2 - 2x} \geq 2^0 = 1)$$

$$\Rightarrow \text{д.т.} \geq \text{п.т.}$$

Ответ: $x \geq 2$



Задача 9

Заметим, что $|a+b| \leq |a|+|b|$

$$|x-9a|^2 + |6a-3-x| \leq 2, \text{ но } |x-9a|^2 + |6a-3-x| \leq$$

$$\leq |1-9a^2+6a-3| = |(3a-1)^2+2| \geq 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ и}$$

$$|x-1| + |1+x| = 2$$

1) $x < -1$ $-x+1-1-x=2 \Rightarrow x=-1$

2) $-1 \leq x \leq 1$

$$-x+1+1-x=2 \Rightarrow \text{не входит}$$

$$x \in [-1; 1]$$

3) $x > 1$

$$x-1+1+x=2 \Rightarrow x=1 \Rightarrow \text{не входит}$$

$$x=1 \Rightarrow \text{не входит}$$

Ответ: $[-1; 1]$ при $a = \frac{1}{3}$, при $a \neq \frac{1}{3}$ решений нет

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Вариант: 3
№ 1

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | + | + | + | + | + | + | 0 | 8 |

125 м

Пусть скорость поезда x м/с. Скорость поезда, в котором ехал пассажир, $40 \text{ км/ч} = \frac{100}{9} \text{ м/с}$. Встречный поезд за 3 сек проехал 3-х метров, а поезд с пассажиром $3 \cdot \frac{100}{9} = 33\frac{1}{3} \text{ м}$. Всего обо поезда проехали по дороге 75 м, $\Rightarrow 33\frac{1}{3} + 3x = 75 \text{ м}$, отсюда $x = 13\frac{2}{9} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{125 \cdot 3600}{9 \cdot 1000} = 50 \text{ км/час}$.

Ответ: 50 км/час

№ 2

Имеем $\sqrt{3} \ln 2 \vee \sqrt{2} \ln 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \vee \frac{\ln 3}{\ln 2} = \log_2 3$
 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \frac{5}{4}$ так как, $1,5 < \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 1,5625$. $\log_2 3 > \frac{5}{4}$

Сравнивая числа 3 и $2^{\frac{5}{4}}$ получим, что $3^4 > 2^5$.
 Поэтому первое число меньше второго.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 3

Очевидно, что $x = 1$ будет решением уравнения.

Возначим $\log_2 x = a$, $\log_4 x = b$, $\log_6 x = c$, тогда
 $abc = ab + ac + bc$.

для нас abc , получим $1 = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \Leftrightarrow$

$$1 = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_4 x} + \frac{1}{\log_6 x} = \log_x 2 + \log_x 4 + \log_x 6 = \log_x 48$$

Отсюда $x = 48$.

Ответ: $\{1; 48\}$

№ 4

Введём замену: $y + 1$, тогда $|x| + |y| \leq 4$. В шестом координат (x, y) указанная область будет симметрична относительно x и y и представляет область, ограниченную квадратом с диагональными, равными $\sqrt{2}$. Поэтому площадь фигуры будет

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{2} = 32$$

Ответ: 32

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N5

одз: $x > 0$

Ищем: $x^{2-\log_2^2 x} - \log_2 x^2 > x^{-1}$ Возможно два
случая: когда $0,2x < 1$, то $2 - \log_2^2 x - 2\log_2 x < -1$.

если $x < -1$, то получим $2 - \log_2^2 x - 2\log_2 x > -1$.

Возначим $\log_2 x = \alpha$. Тогда либо $\alpha^2 + 2\alpha - 3 > 0$,
либо $\alpha^2 + 2\alpha - 3 \leq 0$. Решая эти неравенства в
соответствующих областях, получим ответ.

то $0 < x < \frac{1}{8}$; $1 \leq x < 2$

Ввр: $0 < x < \frac{1}{8}$; $1 \leq x < 2$

N6

Возначим $\alpha = \arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3}$.

Тогда $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \left(\arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3} \right) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = 1$

так как углы $\arctg \frac{1}{2}$ и $\arctg \frac{1}{3}$ меньше $\frac{\pi}{2}$ и
следовательно, так как $\operatorname{tg} \alpha = 1$, то сумма
этих углов равна $\frac{\pi}{4}$

Ввр: $\frac{\pi}{4}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 7

Умножая равенство на 2, получим:

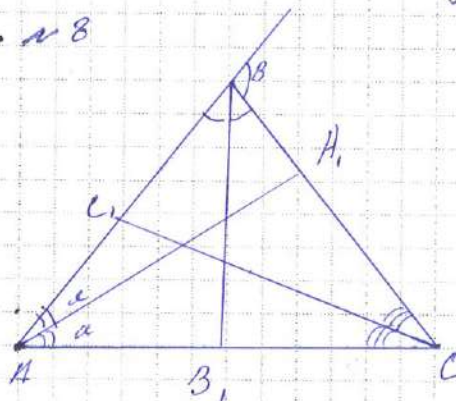
$$2x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 2y = 0. \text{ Следовательно: } (x+y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2. \text{ Так как } x \text{ и } y - \text{целые числа,}$$

то правая часть равенства равна 2, то равенство возможно лишь в трех случаях: $(0;0), (0;1), (1;0)$.

Проверка показывает, что эти числа будут решением уравнения и других нет.

Ответ: $(0;0), (0;1), (1;0)$

№ 8



Решение.

Заметим, что BA_1 — биссектриса внешнего угла AB , ($\angle B, BA_1 = \angle A, BM = 60^\circ$), а AA_1 — биссектриса угла AB и BB_1 ; а также

в прямых AB и AC , т.е. точка A_1 равноудалена от прямых BB_1 и B_1C т.е. B_1A_1 — биссектриса угла BB_1C .

Точно так же C_1B_1 — биссектриса угла BB_1A . Таким образом, $\angle C_1B_1A_1 = \angle C_1B_1B + \angle BB_1A = \frac{1}{2}(\angle ABB + \angle BB_1C) = 90^\circ$

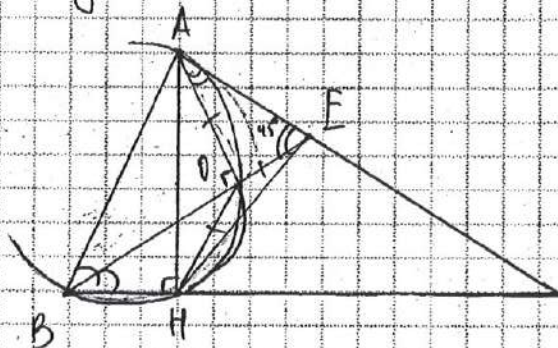
Ответ: 90°

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

РДМ

Вариант № 1

Задание № 7



Дано: $\triangle ABC$, AH - высота,
 BE - биссектриса, $\angle BEA = 45^\circ$

Найти: $\angle ENC$.

Решение.

Опустим перпендикуляр из т. А на BE.

$\triangle AOE$ - прямоугольный. ($\angle AOE = 90^\circ$), по условию $\angle AEO = 45^\circ \Rightarrow$
из сум. углов $\triangle$ -ка $\angle EAO = 45^\circ \Rightarrow \triangle AOE$ - равно-
бедренный ($OE = OA$)

Т. О и т. Н лежат на одной окружности с диаметром
AB, т.к. $\angle AOB = \angle AHB = 90^\circ$, т.е. 2 прямоугол.

$\triangle$ -ка с гипотенузой AB. И т.к. $\angle ABO = \angle OBN$
(по условию), то они они стягивают на равные
дуги AO и NO, $\Rightarrow AO = NO$

Значит O - центр вписанной окружности

$\triangle ANE \Rightarrow \angle ANE = \frac{1}{2} \angle AOE = 45^\circ \Rightarrow \angle ENC = 90^\circ - \angle ANE =$
 $= 45^\circ$

Ответ: 45°

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №1

Дано:

$$v = 108 \text{ км/ч}$$

$$l = 900 \text{ м}$$

$$t = 18 \text{ с}$$

$$v' = ?$$

Решение:

Переведем км/ч в м/с и тогда.

$$\left(108 \cdot \frac{1000}{3600} + x\right) \cdot 18 = 900$$

$$108 \cdot \frac{10}{36} + x = 50$$

$$30 + x = 50$$

$$x = 20 \text{ м/с}$$

$$20 \cdot \frac{3600}{1000} = 72 \text{ км/ч}$$

Ответ: 72 км/ч

Задача №2

e^x и π^e

$$\ln(e^x) \text{ и } \ln(\pi^e)$$

$$\pi \ln e \text{ и } e \ln \pi$$

$$\pi \text{ и } e \ln \pi$$

Нужно вывести знак

$$e \ln \pi - \pi$$

$$\text{Пусть } f(x) = e \ln x - x \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{e}{x} - 1 = \frac{e-x}{x}$$

$$f'(x) = 0, x = e - \text{ стационарные точки}$$

+

$$\text{т.е. } f(x) \text{ убывает на } [e; +\infty) \Rightarrow$$

$$\pi > e \Rightarrow f(\pi) < f(e) \Rightarrow f(\pi) < 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} \text{т.е. } e^{\ln 5} - 5 &< 0 \\ \text{т.е. } 5^e &< e^5 \end{aligned}$$

Задача №6

$$\arctg 2 + \arctg 3$$

Возьмем тангенс этого выражения:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\arctg 2 + \arctg 3) &= \left\{ \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \right\} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \arctg 2 + \operatorname{tg} \arctg 3}{1 - \operatorname{tg} \arctg 2 \cdot \operatorname{tg} \arctg 3} = \frac{2 + 3}{1 - 2 \cdot 3} = -1 = > \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \arctg 2 + \arctg 3 = \frac{3}{4}\pi + \pi n$$

Ответ: $\frac{3}{4}\pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задача №3

$$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x, x > 0$$

Используем свойства логарифмов $\log_a b = \frac{1}{k} \log_a b$, тогда $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_2^{-1} x = -\log_2 x$, тогда:

$$-\log_2 x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = -\log_2 x \cdot \log_2 x - \log_2 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$-\log_2^2 x \cdot \log_5 x = -\log_2^2 x$$

$$-\log_2^2 x \cdot \log_5 x + \log_2^2 x = 0$$

$$\log_2^2 x (-\log_5 x + 1) = 0$$

$$\log_2^2 x = 0$$

или

$$-\log_5 x + 1 = 0$$

$$\log_2 x = 0$$

$$\log_5 x = 1$$

$$x = 5$$

$$x = 2^0$$

$$x = 1$$

$$\underline{0 + \log_5} \quad 1; 5$$

Задание №4

$$|y-1| + |x-2| = 2 \Rightarrow |y-1| = 2 - |x-2|$$

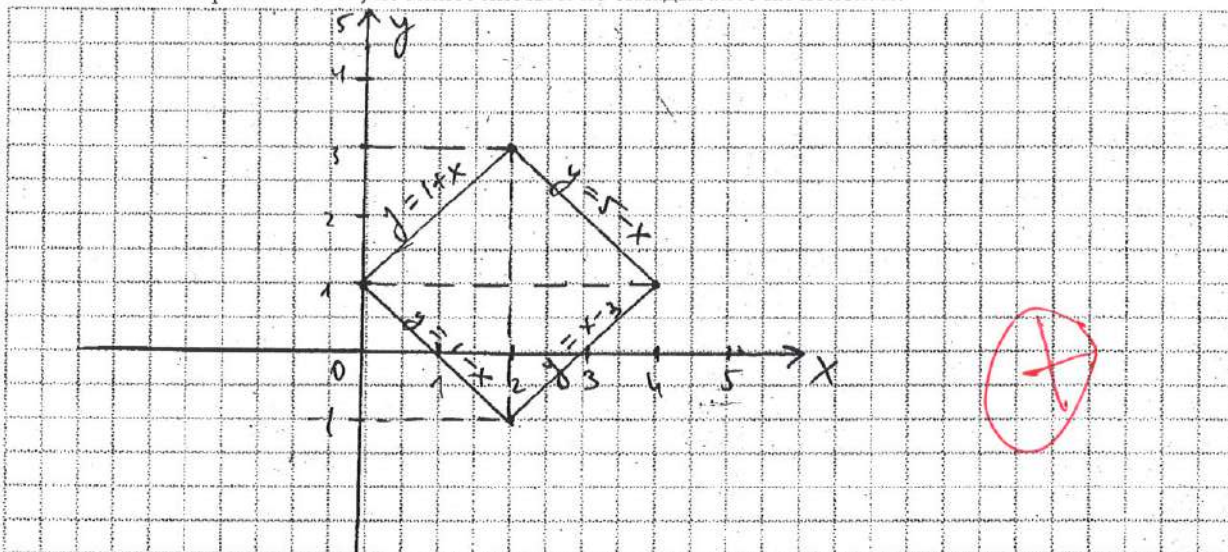
$$1) \underline{y \geq 1, x \geq 2} \Rightarrow y-1 = 2 - (x-2)$$
$$y = 5-x$$

$$2) \underline{y \geq 1, x < 2} \Rightarrow y-1 = 2 - (2-x)$$
$$y = 1+x$$

$$3) \underline{y < 1, x \geq 2} \Rightarrow 1-y = 2 - (x-2)$$
$$y = x-3$$

$$4) \underline{y < 1, x < 2} \Rightarrow 1-y = 2 - (2-x)$$
$$y = 1-x$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Получили квадрат, длина диагонали которого равно 4, тогда сторона квадрата $a = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$$S_a = (2\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 2 = 8$$

Ответ : 8.

Задача №5

$$(x-1)^2(y^2+1) + (y^2+1) = 4y|x-1|$$

$$((x-1)^2+1)(y^2+1) = 4y|x-1|$$

Случай 1) $x \geq 1$, раскрываем модуль и решаем квадратное уравнение относительно y

$$((x-1)^2+1)y^2 + (x-1)^2 + 1 = 4y(x-1)$$

$$((x-1)^2+1)y^2 - 4(x-1)y + (x-1)^2 + 1 = 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\frac{D}{4} = (2(x-1))^2 - ((x-1)^2 + 1)^2 = (2(x-1) - (x-1)^2 - 1) \cdot$$

$$\cdot (2(x-1) + (x-1)^2 + 1) = (2x - 2 - x^2 + 2x - 1 - 1) \cdot$$

$$\cdot (2x - 2 + x^2 - 2x + 1 + 1) = (-x^2 + 4x - 4) \cdot x^2 =$$

$$= -x^2(x^2 - 4x + 4) = -x^2(x-2)^2 \geq 0$$

Только при $x=0$ или $x=2$, но так как $x \geq 1$, то $x=2 \Rightarrow$ подставляем в ур-е

$$(2-1)(y^2+1) + y^2+1 = 4y(2-1)$$

$$2y^2 + 2 = 4y$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y-1)^2 = 0$$

$$y = 1$$

Первое решение:

$$x=2; y=1$$

Случай 2) $x < 1$: анализируем модуль:

$$((x-1)^2 + 1)y^2 + (x-1)^2 + 1 = -4y(x-1)$$

$$((x-1)^2 + 1)y^2 + 4(x-1)y + (x-1)^2 + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = -x^2(x-2)^2 \geq 0$$

$x=0$ и $x=2$, но т.к. $x < 1$, то
представляем в ур-не:

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$((0-1)^2+1)y^2+(0-1)^2+1 = -4y(0-1)$$

$$2y^2+1+1=4y$$

$$y^2-2y+1=0$$

$$y=1$$

Второе решение:

$$x=0; y=1$$

Ответ: $x=2; y=1$
 $x=0; y=1$

Задача №8

$$\frac{\log_2(19-16x|x|) - \log_2(1-4x)^2}{3-4x-|4x-3|} \leq 0$$

О.Д.З.

$$\begin{cases} 19-16x|x| > 0 \\ (1-4x)^2 > 0 \\ 3-4x-|4x-3| \neq 0 \\ (1-4x)^2 > 0 \end{cases}$$

$$1-4x > 0$$

$$-4x > -1$$

$$x < \frac{1}{4}$$

$$1-4x < 0$$

$$x > \frac{1}{4}$$

$$\left. \begin{matrix} x < \frac{1}{4} \\ x > \frac{1}{4} \end{matrix} \right\} \Rightarrow x \neq \frac{1}{4}$$

$$3-4x-|4x-3| \neq 0$$

при $x < \frac{3}{4}$:

$$3-4x+4x-3 \neq 0$$

$$0 \neq 0$$

~~или~~

при $x \geq \frac{3}{4}$:

$$3-4x-4x+3 \neq 0$$

$$x \neq \frac{3}{4}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$19 - 16x \cdot |x| > 0$$

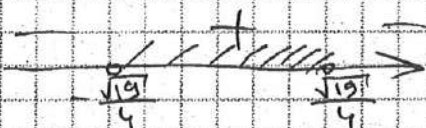
$$\text{при } x \geq 0$$

$$19 - 16x \cdot x > 0$$

$$-16x^2 > -19$$

$$x^2 < \frac{19}{16}$$

$$x > -\frac{\sqrt{19}}{4} ; x < \frac{\sqrt{19}}{4}$$



$$\text{при } x < 0:$$

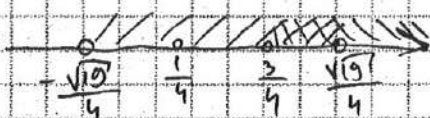
$$19 - 16x(-x) > 0$$

$$19 + 16x^2 > 0$$

при любых x данное
выражение будет положительным

Объединение О.Д.З. получим:

$$x \in \left(-\frac{\sqrt{19}}{4} ; \frac{\sqrt{19}}{4} \right)$$



$$\frac{\log_7(19 - 16x \cdot |x|) - \log_7(1 - 4x)^2}{3 - 4x - |4x - 3|} \leq 0$$

$$\frac{\log_7(19 - 16x \cdot |x|) - \frac{2}{2} \log_7 |1 - 4x|}{3 - 4x - |4x - 3|} \leq 0$$

$$\begin{cases} \log_7(19 - 16x \cdot |x|) - \log_7 |1 - 4x| \leq 0 \\ 3 - 4x - |4x - 3| > 0 \\ \log_7(19 - 16x \cdot |x|) - \log_7 |1 - 4x| \geq 0 \\ 3 - 4x - |4x - 3| < 0 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$I. \quad 3 - 4x - |4x - 3| > 0$$

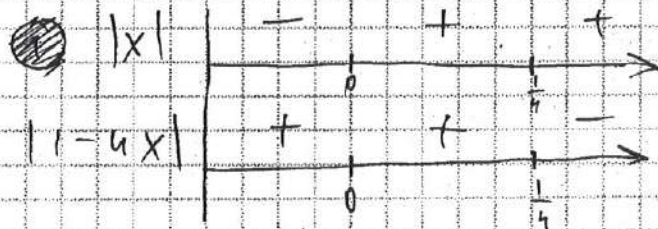
$$\text{при } x < \frac{3}{4}:$$

$$0 > 0$$

$$\text{при } x \geq \frac{3}{4}:$$

$$-8x > -6$$

$$x < \frac{3}{4}$$



$$\textcircled{1} \quad \log_7 (19 - 16x \cdot (-x)) - \log_7 (1 - 4x) \leq 0$$

$$\log_7 (19 + 16x^2) \leq \log_7 (1 - 4x)$$

$$19 + 16x^2 \leq 1 - 4x$$

$$16x^2 + 4x + 18 \leq 0$$

$$f(x) = 16x^2 + 4x + 18 = 0$$

$$D \leq 0$$

$$\emptyset$$

$$\textcircled{2} \quad \log_7 (19 - 16x \cdot x) - \log_7 (1 - 4x) \leq 0$$

$$\log_7 (19 - 16x^2) \leq \log_7 (1 - 4x)$$

$$19 - 16x^2 \leq 1 - 4x$$

$$-16x^2 + 4x + 18 \leq 0$$

$$f(x) = -16x^2 + 4x + 18 = 0$$

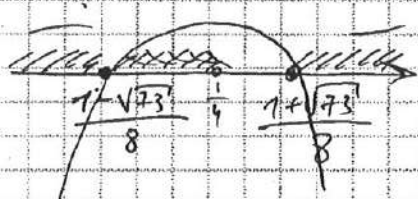
$$D = 16 + 1152 = 1168$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{8}$$

$$\sqrt{73} > \sqrt{64} = 8 \Rightarrow 1 - \sqrt{73} < 0 \Rightarrow \frac{1 - \sqrt{73}}{8} < 0$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{73} < \sqrt{81} = 9 \Rightarrow 1 + \sqrt{73} > 8 \Rightarrow \frac{1 + \sqrt{73}}{8} > 1$$



$$\left[\frac{1 - \sqrt{73}}{8}, \frac{1}{4} \right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{73}}{8}, +\infty \right)$$

$$(3) \log_7(19 - 16x^2) - \log_7(-1 + 4x) \leq 0$$

$$\log_7(19 - 16x^2) \leq \log_7(4x - 1)$$

$$19 - 16x^2 \leq 4x - 1$$

$$-16x^2 - 4x + 20 \leq 0$$

$$f(x) = -16x^2 - 4x + 20 = 0$$

$$D = 16 + 1280 = 1296$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 36}{-32}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -1,25$$



$$(-\infty; -1,25] \cup \left(\frac{1}{4}; 1 \right]$$

Отсюда значение получаем:

$$\left(-\infty; \frac{1}{4} \right) \cup \left(\frac{1}{4}; 1 \right]$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\{x \in (\frac{3}{4}; +\infty)$$

II. Используя тот же путь решения:

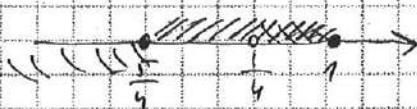
① $\emptyset$

②



получим: $[\frac{1-\sqrt{73}}{8}; \frac{1}{4}) \cup$
 $\cup [\frac{1+\sqrt{73}}{8}; +\infty)$

③



$(-\infty; \frac{5}{4}] \cup [\frac{1}{4}; 1]$

$$(\frac{1}{4}; +\infty)$$

Объединим все полученные решения.

$$x \in (\frac{3}{4}; 1]$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача №9

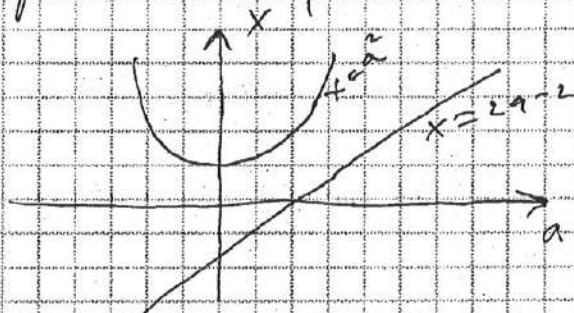
$$|x - a^2| \leq 1 - |2a - 2 - x|$$

рассмотрим $x = a^2$ и $x = 2a - 2$

$$a^2 - 2a + 2 = 0$$

$$D = 1 - 2 < 0 \Rightarrow x = a^2 \text{ и } x = 2a - 2 \text{ не}$$

пересекаются, т.е.



$$\text{т.е. } a^2 > 2a - 2$$

$$(\text{случай 1}) \quad x < 2a - 2 \Rightarrow x < a^2$$

$$a^2 - x \leq 1 - (2a - 2 - x)$$

$$a^2 - x \leq 1 - 2a + 2 + x$$

$$2x \geq a^2 + 2a - 3$$

$$a^2 + 2a - 3 = 2a - 2$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

$$\text{т.е. } x \in (-1; 1)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Случай 2) $2a - 2 \leq x < a^2$

$$a^2 - x \leq 1 + 2a - 2 - x$$

$$a^2 \leq 2a - 1$$

$$a^2 - 2a + 1 \leq 0$$

$$(a - 1)^2 \leq 0$$

Случай 3) $x \geq a^2$

$$x - a^2 \leq 1 + 2a - 2 - x$$

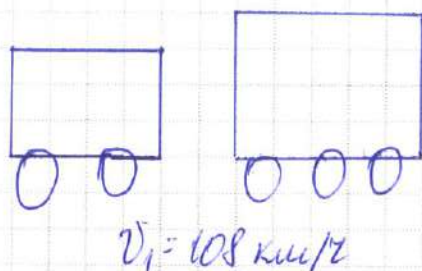
$$2x \leq a^2 + 2a - 1$$

$$x \leq \frac{a^2}{2} + a - \frac{1}{2}$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

B-1



$$S = v \cdot t \quad l = 900 \text{ м} = 0,9 \text{ км}$$

$t = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} \text{ минут}$

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{600} = \frac{1}{200} \text{ часа}$$

$$v = 108 + x$$

$$0,9 = (108 + x) \cdot \frac{1}{200}$$

$$200 \cdot 0,9 = 108 + x$$

$$\cancel{200 \cdot 0,9} \quad x = 200 \cdot 0,9 - 108 = 180 - 108 = 72$$

Ответ: 72 км/ч

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | + | + | + | + | + | + | 0 | 7 |

w2.

$$e^{\pi} \text{ или } \pi^e$$

$$\ln e^{\pi} \text{ или } \ln \pi^e$$

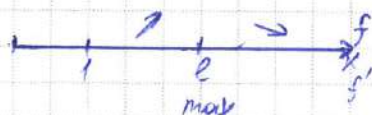
$$\pi / \ln e \quad \vee \quad e / \ln \pi$$

$$1 < e < \pi$$

Рассм. $f(x) = \frac{\ln x}{x}, x > 1$

$$\frac{\ln e}{e} \quad \vee \quad \frac{\ln \pi}{\pi}$$

$$f(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}, f'(x) = 0, x = e$$



$x = e$ - т. максимум
 $f \downarrow$ на $[e; +\infty)$

$$e < \pi, f(e) > f(\pi),$$

* значит, $\frac{\ln e}{e} > \frac{\ln \pi}{\pi}$

$$\pi / \ln e > e / \ln \pi$$

$$\ln e^{\pi} > \ln \pi^e, \ln t \uparrow \text{ на } (0; +\infty)$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$e^{\pi} > \pi^e$$

Ответ: первое число больше

W3

$$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$$

$$\textcircled{D}3: x > 0$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$$

$$- \log_2 x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$$

$$- \log_2^2 x \cdot \log_5 x = - \log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$$

$$- \log_2^2 x \cdot \log_5 x + \log_2^2 x = \log_5 x \cdot (\log_{\frac{1}{2}} x + \log_2 x)$$

$$- \log_2^2 x (\log_5 x - 1) = \log_5 x \cdot (\log_{\frac{1}{2}} x + \log_2 x)$$

$$- \log_2^2 x (\log_5 x - 1) = \log_5 x (\log_2 x + \log_2 x)$$

$$- \log_2^2 x (\log_5 x - 1) = \log_5 x \cdot \log_2 (x^{-1} \cdot x)$$

$$- \log_2^2 x (\log_5 x - 1) = \log_5 x \cdot \log_2 1$$

$$- \log_2^2 x (\log_5 x - 1) = \log_5 x \cdot 0$$

$$- \log_2^2 x (\log_5 x - 1) = 0$$

$$- \log_2^2 x = 0$$

$$\log_5 x - 1 = 0$$

$$\log_2^2 x = \log_2^2 1$$

$$\log_5 x = \log_5 5$$

$$x = 1$$

$$x = 5$$

Ответ: 1; 5

W4

$$|y-1| + |x-2| = 2$$

$$|x-2| + |y-1| = 2$$

центр (2; 1)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Т.к. даны модули, то получается фигура симметрична осей координат

значит-это квадрат с диагональю

$$2^2 = 4$$

$$\text{значит } S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

Ответ: 8

W6

$$\arctg 2 + \arctg 3 = 2$$

$$\operatorname{tg} 2 = (\arctg 2 + \arctg 3) = \frac{\operatorname{tg}(\arctg 2) + \operatorname{tg}(\arctg 3)}{1 - \operatorname{tg}(\arctg 2) \cdot \operatorname{tg}(\arctg 3)} = \frac{2+3}{1-2 \cdot 3} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$\operatorname{tg} 2 = -1$$

$$\frac{\pi}{4} < \arctg 2 < \frac{\pi}{2}$$

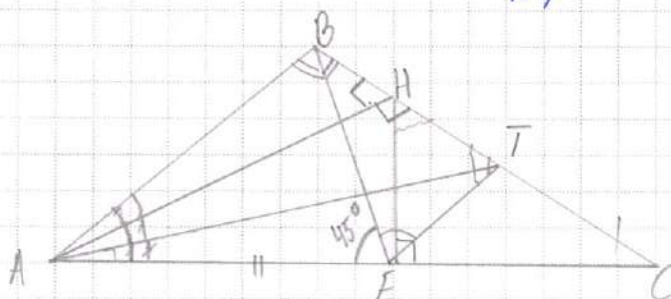
$$\frac{\pi}{4} < \arctg 3 < \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} < \arctg 2 + \arctg 3 < \pi$$

$$\frac{\pi}{2} < 2 < \pi \Rightarrow 2 = \frac{3\pi}{4}$$

Ответ: $\left\{ \frac{3\pi}{4} \right\}$.

W7



Возьмём Т на стороне ВС так, что $\angle TEB = 45^\circ$, тогда $\angle TEC = 90^\circ$.
 $\angle AET = 80^\circ$, $\angle ATE = 90^\circ$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Четырёхугольник вписан в окружность
 $\angle TNE = \angle TAE$ как окр. на хорду TE .
 $\angle BTE = \angle BOE$ т.к. у $\triangle EAB$ и $\triangle ETB$ подв. равных углов
 и подв. стороны, т.к. есть общая сторона, они равны у них
 $AE = ET$.

$$\angle EAT = \angle ETA = 45^\circ$$

$$\angle ENT = 45^\circ$$

$$\text{Ответ: } \angle ENT = 45^\circ$$

W8.

$$\frac{\log_7(19-16x \cdot |x|) - \log_7(1-4x)^2}{3-4x-|4x-3|} \leq 0$$

$$\frac{\log_7(19-16x \cdot |x|) - \log_7(1-4x)}{3-4x-|4x-3|} \leq 0$$

$$\begin{aligned} 1) \quad 3-4x &= |4x-3| \\ 3-4x &= 4x-3 \\ 8x-6 &= 0 \\ x &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$1.1) \text{ при } 4x-3 \geq 0, x \geq \frac{3}{4}$$

$$1.2) \text{ при } 4x-3 < 0, x < \frac{3}{4}$$

$$3-4x = 3-4x, 0=0$$

Получается, что любое число из промежутка $(-\infty; \frac{3}{4}]$ является корнем знаменателя (поэтому этот промежуток далее не рассматривается)

$$\text{Заметим, что ~~тогда~~ при } x > \frac{3}{4}, 3-4x-|4x-3| < 0 \quad \textcircled{*}$$

След., с учётом $\textcircled{*}$, наше неравенство при $x > \frac{3}{4}$ равносильно
 $\log_7(19-16x \cdot |x|) \geq \log_7(1-4x)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$y = \log_4 t$ возрастает при $t > 0$

$$19 - 16x |x| \geq |1 - 4x| > 0$$

$$19 - 16x |x| = |1 - 4x|$$

$$x > \frac{3}{4}$$

При $x > \frac{3}{4}$

$$19 - 16x |x| - |1 - 4x| \geq 0$$

$$19 - 16x^2 + 1 - 4x \geq 0$$

$$16x^2 + 4x - 20 \leq 0$$

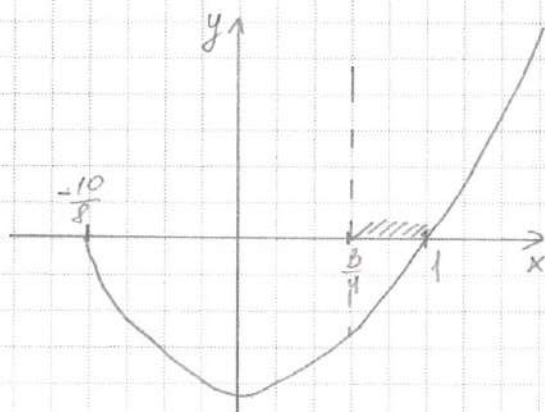
$$4x^2 + x - 5 \leq 0$$

$$4x^2 + x - 5 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 81 = 9^2$$

$$x_1 = \frac{-10}{8} \notin \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$$

$$x_2 = \frac{-1+9}{8} = 1 > \frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{4} < x \leq 1$$

Ответ: $x \in \left(\frac{3}{4}; 1\right]$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№1

| | | |
|--------------------------|------------------|--|
| Дано | CU | Решение |
| $v_1 = 108 \text{ км/ч}$ | 30 м/с | $1) (v_1 + v_2) = \frac{s}{t}$ |
| $S = 900 \text{ м}$ | | $(v_1 + v_2) = \frac{900}{18} = 50$ |
| $t = 18 \text{ с}$ | | $50 = 30 + v_2$ |
| $v_2 = ?$ | | $v_2 = 20 \text{ м/с} = 72 \text{ км/ч}$ |
| | | Ответ 72 км/ч |

h-f

№2

$e^{\pi} \text{ или } \pi^e$

$\ln e^{\pi} \text{ или } \ln \pi^e$

$\pi / \ln e \text{ и } e / \ln \pi$

$\frac{\ln e}{e} \text{ и } \frac{\ln \pi}{\pi}$

$f'(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

1 e x

f f'

max

$e < \pi, f(e) > f(\pi),$

значит, $\frac{\ln e}{e} > \frac{\ln \pi}{\pi}$

$\pi \ln e > e \ln \pi$

$\ln e^{\pi} > \ln \pi^e, \ln t \nearrow \text{ на } (0; +\infty)$

$e^{\pi} > \pi^e$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 2 |
| + | + | - | + | 0 | + | + | + | 0 | 6 |

$1 < e < \pi$

Рассм. $f(x) = \frac{\ln x}{x}, x > 1$

$\frac{1 - \ln x}{x^2}, f'(x) = 0, x = e$

$x = e - \text{т. максим.}$

$f \searrow \text{ на } [e; +\infty)$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№3

$$\log_2 x \log_2 x \log_5 x = \log_2 x + \log_2 x + \log_2 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$$

$$-\log_2^2 x \log_5 x = \log_2^2 x - \log_2 x \log_5 x + \log_2 x \log_5 x$$

$$\log_2^2 x (\log_5 x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_5 x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$x = 1 \quad \text{или} \quad x = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\{1; \frac{1}{5}\}$?

№4

$$|y-1| + |x-2| = 2, \quad y-1 = \pm 2 - |x-2|,$$

$$1.1) y = 5 - x$$

$$1.2) y = 1 + x, x \leq 2$$

$$2.1) y = -3 + x, x \geq 2$$

$$2.2) y = 1 - x, x \leq 2$$

$$A: \begin{cases} y = 1 - x \\ y = 1 + x \end{cases}$$

$$2y = 2, y = 1$$

$$x = 0$$

$$A(0; 1)$$

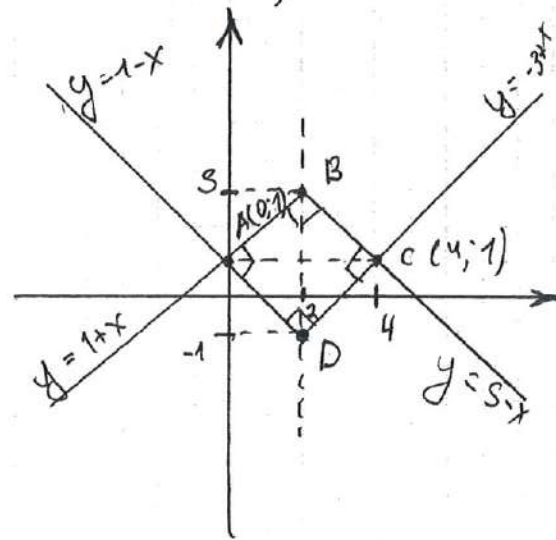
$$C: \begin{cases} y = -3 + x \\ y = 5 - x \end{cases}$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

$$x = 4$$

$$C(4; 1)$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2},$$

$$AB = BC$$

$$S = AB^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

Перпендикулярность проверяется с помощью

Пусть

$y = k_1 x + b_1$ Если $k_1 \cdot k_2 = -1$, то прямые перпендикулярны

$y = k_2 x + b_2$ Если $k_1 = k_2$, то прямые параллельны.

Ответ 8



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6

$$\arctg 2 + \arctg 3$$

$$\tg(\alpha + \beta) = \frac{\tg \alpha + \tg \beta}{1 - \tg \alpha \tg \beta}$$

$$\frac{\pi}{4} < \arctg 2 < \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} < \arctg 3 < \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} < \underbrace{\arctg 2 + \arctg 3}_{\alpha} < \pi$$

$$\tg t \text{ на } (\frac{\pi}{2}; \pi)$$

$$\tg(\arctg 2 + \arctg 3) = \frac{2+3}{1-6} = -1$$

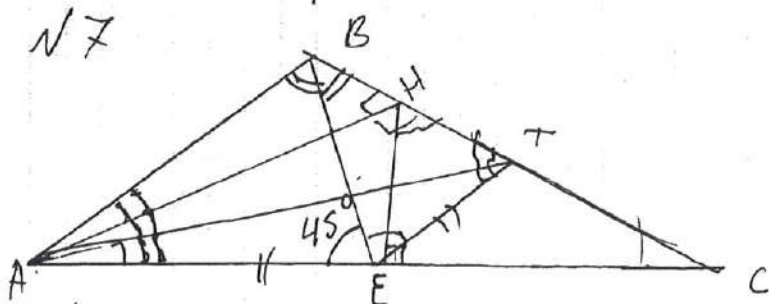
$$\arctg(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

$$\alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{Ответ } \frac{3\pi}{4}$$

№7



Возьмем Т на стороне ВС, так, что $\angle TEB = 45^\circ$ тогда $\angle TEC = 90^\circ$. $\angle AET = 90^\circ$, $\angle AHT = 90^\circ$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Четырёхугольник $AMTE$ вписан в окружность
 $\angle THE = \angle TAE$ как опр. на хорду TE .

$\angle BTE = \angle BOE$ т.к. у $\triangle EAB$ и $\triangle ETB$ по
 два равных угла (в поделках), так как
 есть общая сторона, они равны у них
 $AE = ET$.

$$\angle EAT = \angle ETA = 45^\circ$$

$$\angle EMT = 45^\circ$$

$$\text{Отвечая } \angle EMT = 45^\circ$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№8

$$\frac{\log_4(19-16x \cdot |x|) - \log_{40}(1-4x)^2}{3-4x - |4x-3|} \leq 0$$

$$\frac{\log_7(19-16x \cdot |x|) - \log_7|1-4x|}{3-4x - |4x-3|} \leq 0$$

1) $3-4x = |4x-3|$ 1.1) при $4x-3 \geq 0, x \geq \frac{3}{4}$

$$3-4x = 4x-3$$

$$8x-6=0$$

$$x = \frac{3}{4}$$

1.2) при $4x-3 < 0, x < \frac{3}{4}$

$$3-4x = 3-4x, 0=0$$

Получается, что левое число из промежутка $(-\infty; \frac{3}{4}]$ является корнем знаменателя (поэтому этот пункт далее не рассматриваем.)

Заметим, что при $x > \frac{3}{4}$, $3-4x - |4x-3| < 0$ *

Следоват., с учетом *, наше неравенство при $x > \frac{3}{4}$ равносильно $\log_7(19-16x|x|) \geq \log_7|1-4x|$

$y = \log_7 t$ возрастает при $t > 0$

$$19-16x|x| \geq |1-4x| > 0$$

$$19-16x|x| = |1-4x|$$

$$x > \frac{3}{4}$$

При $x > \frac{3}{4}$

$$19-16x|x| - |1-4x| \geq 0$$

$$19-16x^2+1-4x \geq 0$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$16x^2 + 4x - 20 \leq 0$$

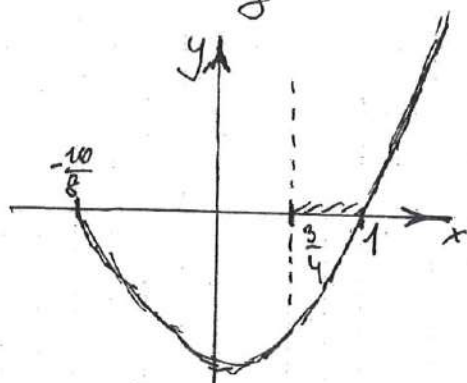
$$4x^2 + x - 5 \leq 0$$

$$4x^2 + x - 5 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 81 = 9^2$$

$$x_1 = -\frac{10}{8} \notin \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$$

$$x_2 = -\frac{1+9}{8} = 1 > \frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{4} < x \leq 1$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(\frac{3}{4}; 1\right]$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N1. $V_1 = 108 \text{ км/ч} = 30 \text{ м/с}$ Пусть V_2 - скорость второго поезда, тогда
 $t = 18 \text{ с}$
 $l = 900 \text{ м}$
 $V_2 = ?$
 $(V_1 + V_2) \cdot t = l$
 $V_1 + V_2 = \frac{l}{t}$
 $V_2 = \frac{l}{t} - V_1$
 $V_2 = \frac{900}{18} - 30 = 50 - 30 = 20 \text{ м/с} = 72 \text{ км/ч}$

Ответ: 72 км/ч.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | + | + | + | + | 0 | + | 0 | 6 |

N2. $e^{\frac{\pi}{x}} \cdot \frac{\pi}{x^2}$
 $\ln(\frac{\pi}{x}) \cdot \frac{1}{x^2}$
 $e^{\ln \pi} \cdot \frac{1}{x^2}$
 $e^{\ln \pi} \cdot \frac{1}{x^2}$

Пусть $F(x) = e \cdot \ln x - x$, тогда ищем $F'(x) = \frac{e}{x} - 1 = \frac{e-x}{x}$

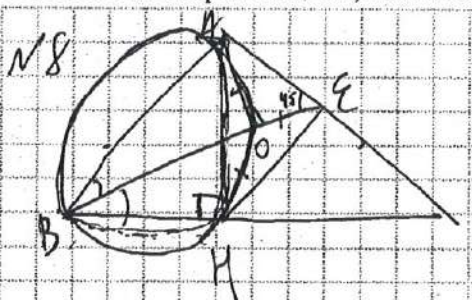
При $x = e$ $F'(x) = 0$



На промежутке $(e; +\infty)$ функция убывает, следовательно $\pi > e$ и $F(\pi) < F(e) \rightarrow F(\pi) < 0$, т.е. $e \cdot \ln \pi - \pi < 0$
 $\pi < e^{\frac{\pi}{x}}$

Ответ: $\pi < e^{\frac{\pi}{x}}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



Решение

из т. А опускаем $\perp$ на BE

$\triangle AOE$ прямоугольный

$\angle AEO = 45^\circ$ (по укл.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle OAE = 45^\circ \Rightarrow \triangle AOE$ равнобедренный

$AO = OE$

точки O и H лежат на одной окружности

с диаметром AB, т.к. $\angle AOB = \angle AHB = 90^\circ$

$\Rightarrow AO = OH$, т.к. на эти дуги опираются

равные углы ABO и OBH, значит O

центр описанной окружности $\triangle AHE \Rightarrow \angle AHE =$

$= \frac{1}{2} \angle AOE = 45^\circ \Rightarrow \angle EHC = 90 - \angle AHE = 45^\circ$

ответ 45°

АЧ. $|y-1| + |x-2| = 2$

$|y-1| = 2 - |x-2|$

1) $y \geq 1, x \geq 2 \Rightarrow y-1 = 2-(x-2)$

$y = 5-x$

$x=0; y=5$

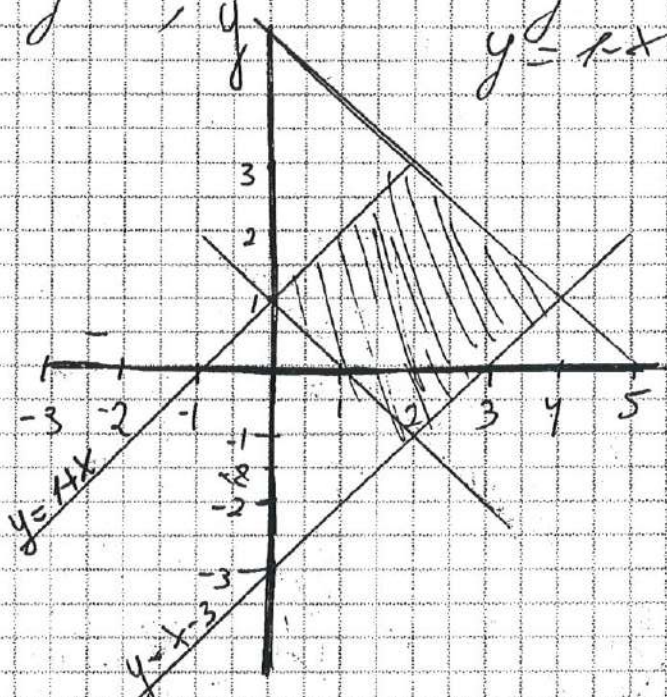
$y=0; x=5$

2) $y \geq 1; x < 2 \Rightarrow y-1 = 2-(2-x)$

$y = 1+x$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{aligned} & x=0, y=1 \\ & y=0, x=-1 \\ 3/ & y < 1, x > 2 \Rightarrow 1-y = 2-(x-2) \\ & y = x-3 \\ & x=0, y=-3 \\ & y=0, x=3 \\ 4/ & y < 1, x < 2 \Rightarrow 1-y = 2-(2-x) \\ & y = x-1, x=0, y=1 \\ & y=0, x=1 \end{aligned}$$



Получили квадрат с диагональю
равной 4, тогда сторона $a = \sqrt{2^2 + 2^2} =$
 $= \sqrt{8}$ Площадь квадрата $S = a^2 = 8$
Ответ: 8.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N3 $\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_5 x +$
 $+ \log_2 x \cdot \log_5 x$

$\log_a b = \frac{1}{K} \log_a b$, тогда

$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{2^{-1}} x = -\log_2 x$

$-\log_2 x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = -\log_2 x \cdot \log_2 x + (-\log_2 x \cdot \log_5 x) +$
 $+ \log_2 x \cdot \log_5 x$

$-\log_2 x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = -\log_2 x \cdot \log_2 x +$
 $-\log_2 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x = 0$

$\log_2^2 x (1 - \log_5 x) = 0$

$\log_2^2 x = 0$ $1 - \log_5 x = 0$

$\log_2 x = 0$ $\log_5 x = 1$

$x = 2^0$ $x = 5^1$

$x = 1$ $x = 5$

Ответ: $x = 1$ $x = 5$

N6 $\arctg 2 + \arctg 3$

$\operatorname{tg}(2 + 3) = \frac{\operatorname{tg} 2 + \operatorname{tg} 3}{1 - \operatorname{tg} 2 \cdot \operatorname{tg} 3}$

$\operatorname{tg}(\arctg 2 + \arctg 3) = \frac{\operatorname{tg}(\arctg 2) + \operatorname{tg}(\arctg 3)}{1 - \operatorname{tg}(\arctg 2) \cdot \operatorname{tg}(\arctg 3)} =$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$= \frac{2+3}{1-2 \cdot 3} = -1$$



$$\arctan 2 + \arctan 3 = \frac{3\pi}{4} + \pi, \pi \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{3\pi}{4} + \pi, \pi \in \mathbb{Z}$

$$5. (x-1)^2(y^2+1) + (y^2+1) = 4x(x-1)$$

$$(y^2+1)/(x-1) + 1 = 4y/(x-1)$$

Система модуль

1) При $x \geq 1$

$$(y^2+1)/(x-1)^2 + 1 = 4y/(x-1)$$

$$y^2/(x-1)^2 + (x-1)^2 + y^2 + 1 = 4y/(x-1)$$

$$1/(x-1)^2 + 1/y^2 - 4/(x-1)y + (x-1)^2 + 1 = 0$$

$$D = (4x-1)^2 - 4/(x-1)^2 + 1/(x-1)^2 + 1 =$$

$$= 4/(x-1)^2 - 2/(x-1)^2 + 1 = (4(x-1) - 2/(x-1))^2$$

$$+ 1/(4x-1) + 2/(x-1)^2 + 1 = (4x-1) - 2/(x-1)^2 - 2)$$

$$(4x-1) + 2/(x-1)^2 + 2 = (4x-4-2x^2+4x-2-2)$$

$$(4x-4+2x^2-4x+2) = -2x^2+8x-8 \cdot 2x^2 =$$

$$= -4x^2(x^2-4x+4) = -4x^2(x-2)^2$$

$$D \geq 0, \text{ т.е. } -4x^2/(x-2)^2 \geq 0$$

При $x=0$ или $x=2$ уравнение

то $x \geq 1$, получаем $x=2$

Подставим в исходное уравнение.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$(2-1)^2(y^2+1)+y^2+1=4y(2-1)$$

$$2y^2+2=4y$$

$$y^2-2y+1=0$$

$$y=1$$

$$x=2, y=1 - \text{решение}$$

2) При $x < 1$

$$(y^2+1)((x-1)^2+1)=-4y/(x-1)$$

$$((x-1)^2+1)y^2+4(x-1)y+(x-1)^2+1=0$$

$$D=-4x^2+4x-2 \geq 0$$

$$\text{так } x < 1, \text{ то } x=0$$

Подставим:

$$(0-1)^2(y^2+1)+y^2+1=-4y/(0-1)$$

$$2y^2+1+1=4y$$

$$y^2-2y+1=0$$

$$y=1$$

$$x=0, y=1 - \text{решение}$$

Ответ: $(0; 1); (2; 1)$

$$\text{N8 } \log_2(19-16x/x) - \log_{49}(1-4x)^2 \leq 0$$

$$3-4x-14x-3$$

$$\text{D3 } x \in \left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{19}}{4}\right)$$

еще решение?

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\log_2 \frac{19-16x|x| - \log_2(1-4x)^2}{3-4x-|4x-3|} \leq 0$$

$$\log_2 \frac{19-16x|x| - 2 \cdot \log_2(1-4x)}{3-4x-|4x-3|} \leq 0$$

$$1) \begin{cases} \log_2(19-16x|x|) - \log_2(1-4x) \leq 0 \\ 3-4x-|4x-3| > 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \log_2(19-16x|x|) - \log_2(1-4x) \geq 0 \\ 3-4x-|4x-3| < 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x \in (-\infty; +\infty) \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x \in (-\infty; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; 1) \\ x \in (\frac{3}{4}; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in [\frac{3}{4}; 1]$$

существом $\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4} \quad 1 \quad \frac{19}{4}$

$$x \in (\frac{3}{4}; 1), x \in (\frac{3}{4}; \frac{19}{4})$$

$$x \in (\frac{3}{4}; 1]$$

$$x \in (\frac{3}{4}; 1]$$

$$\text{Ответ: } x \in (\frac{3}{4}; 1]$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~1

Вариант 2. Класс 11.

Пусть скорость движения эскалатора — y , а скорость движения пассажира — x . Пусть в длину прямого эскалатора примем за $S=1$.

Тогда:

$$\begin{cases} 1 = 24(x+y) \\ 1 = 42x \end{cases},$$
$$\begin{cases} x+y = \frac{1}{24} \\ x = \frac{1}{42} \end{cases}$$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | 0 | + | + | 0 | + | + | + | + | 6 |

р.о.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{42} \\ y = \frac{1}{24} - \frac{1}{42} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{42} \\ y = \frac{1}{56} \end{cases}$$

Тогда, стоя на ступеньках движущегося эскалатора, пассажир спустится вниз за время, равное $\frac{1}{\frac{1}{56}} = 56$ (сек).

Ответ: 56 секунд.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~3

$$\log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x = \log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_4 x + \\ + \log_3 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x + \\ + \log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_5 x$$

Условие: $x > 0$.

Так как $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$, где
 $a, b > 0, a \neq 1$, то:

$$\frac{\log^4 x}{\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 4 \cdot \log 5} = \frac{\log^3 x}{\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 4} + \frac{\log^3 x}{\log 3 \cdot \log 4 \cdot \log 5} + \\ + \frac{\log^3 x}{\log 2 \cdot \log 4 \cdot \log 5} + \frac{\log^3 x}{\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 5} \quad | \cdot (\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 4 \cdot \log 5)$$

$$\log^4 x = \log^3 x (\log 5 + \log 2 + \log 3 + \log 4)$$

$$\log^4 x - \log^3 x \cdot \log 120 = 0$$

$$\log^3 x (\log x - \log 120) = 0$$

$$\begin{cases} \log x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log x - \log 120 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log x = \log 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log x = \log 120 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 120 \end{cases} \quad \text{удовлетворяют условию,} \\ \text{что } x > 0.$$

Ответ: 1; 120.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~4

$$|y+2| + |x-3| = 4$$

По определению $|f| = \begin{cases} f, & \text{при } f \geq 0 \\ -f, & \text{при } f < 0. \end{cases}$

Записав знаки неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y < -2 \\ x < 3 \\ -y - 2 - x + 3 = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} y < -2 \\ x \geq 3 \\ -y - 2 + x - 3 = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} y \geq -2 \\ x < 3 \\ y + 2 - x + 3 = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} y \geq -2 \\ x \geq 3 \\ y + 2 + x - 3 = 4 \end{cases} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y < -2 \\ x < 3 \\ y = -x - 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y < -2 \\ x \geq 3 \\ y = x - 9 \end{cases} \\ \begin{cases} y \geq -2 \\ x < 3 \\ y = x - 1 \end{cases} \\ \begin{cases} y \geq -2 \\ x \geq 3 \\ y = -x + 5 \end{cases} \end{array} \right]$$

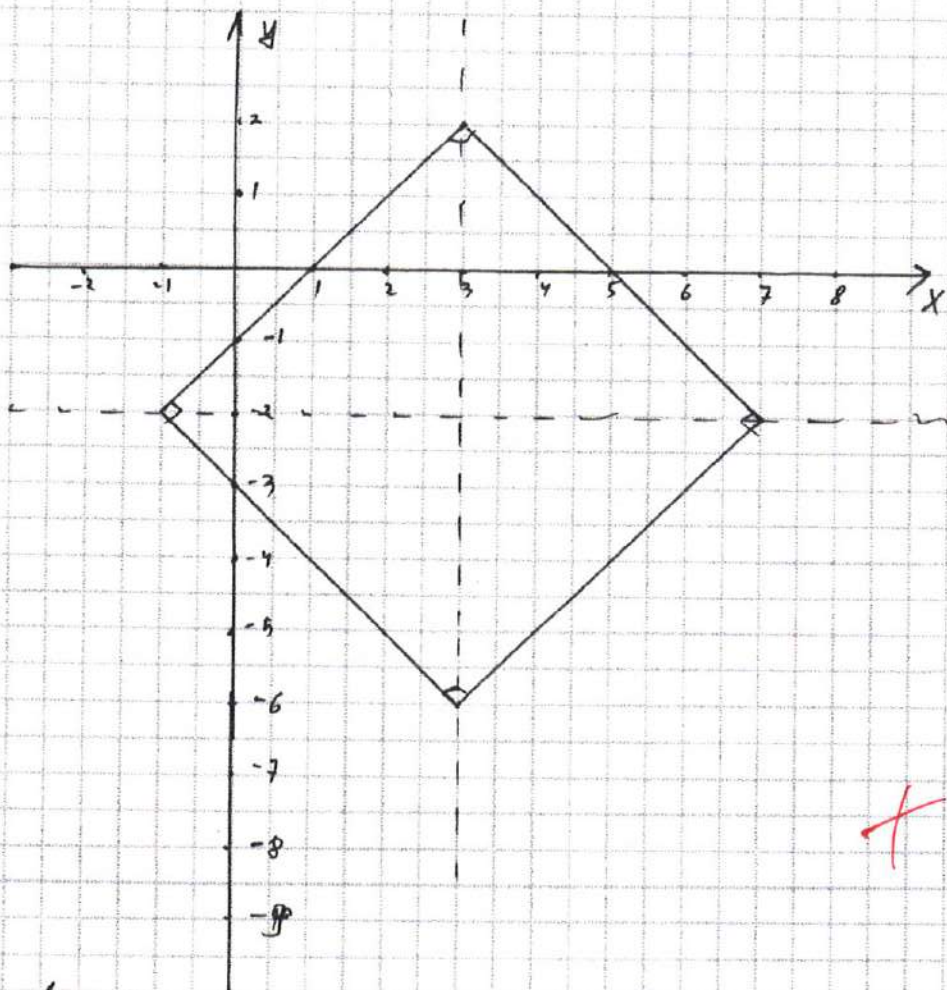
Наберём график уравнения:

(см. след. страницу)

Место проведения МБУ ДО г.Сочи ЦТриГО - г.Сочи

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

и (продолжение)



Нетрудно заметить, что полученная фигура — квадрат,
с диагональю $d = 4 \cdot 2 = 8$

Тогда площадь этой фигуры $S = \frac{1}{2} d^2 = 32$ (кв. ед.)

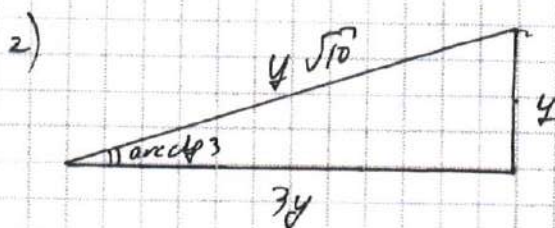
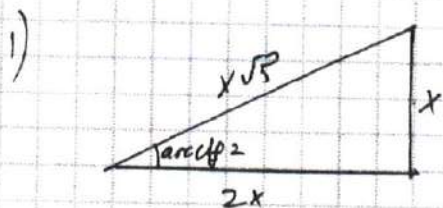
Ответ: 32 (кв. ед.)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 6

Пусть $\arccos 2 + \arccos 3 = \varphi$.

I) Рассмотрим прямоугольные треугольники с острым углом $\arccos 2$ и $\arccos 3$ соответственно:



Тогда в первом треугольнике прилежащий к этому углу катет — $2x$, противолежащий — x , гипотенуза — $x\sqrt{5}$.

Во втором треугольнике прилежащий катет — $3y$, противолежащий — y , гипотенуза — $y\sqrt{10}$.

Из треугольников верно:

$$\arccos 2 = \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\arccos 3 = \arccos \frac{3}{\sqrt{10}} = \arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}$$

II) $\cos \varphi = \cos(\arccos 2 + \arccos 3) =$
 $= \cos(\arccos 2) \cdot \cos(\arccos 3) - \sin(\arccos 2) \cdot \sin(\arccos 3) =$
 $= \cos(\arccos \frac{2}{\sqrt{5}}) \cdot \cos(\arccos \frac{3}{\sqrt{10}}) - \sin(\arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}) \cdot \sin(\arcsin \frac{1}{\sqrt{10}}) =$
 $= \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{6}{\sqrt{50}} - \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 (см. след. страницу)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№6 (продолжение)

в том как $E(u) = [0; \pi]$

при $u(t) = \arccos t$ $E(u) = (0; \pi)$, а

270 и 370, то $\arccos 2$ и

$\arccos 3$ - углы первой четверти
($0 < \arccos 2 < \frac{\pi}{2}$, $0 < \arccos 3 < \frac{\pi}{2}$).

в значит сумма этих двух углов φ такова, что
 $0 < \varphi < \pi$.

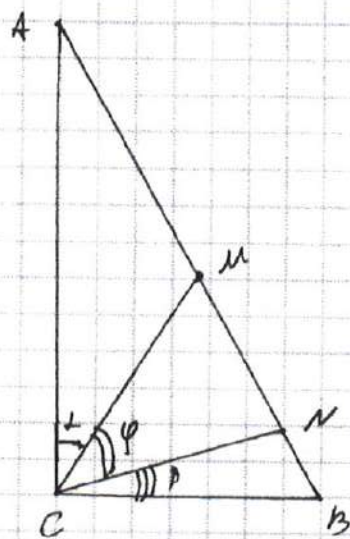
Шага $\varphi = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ$.

Ответ: 45°

(см. след. страницу)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№7



Дано: прямоугольный $\triangle ABC$; $M, N \in AB$;
 $BC = BM$, $AC = AN$.

Найти: $\angle MCN$.

Решение:

1) Пусть $\angle ACM = \alpha$, $\angle BCN = \beta$,
 $\angle MCN = \varphi$.

2) $\triangle ACN$ равнобедренный ($AC = AN$),

тогда $\angle ACN = \angle ANC$, а значит $\angle ACN = \frac{180^\circ - \angle A}{2}$,
то есть $\alpha + \varphi = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$ (*1).

3) Аналогично $\triangle BCM$ равнобедренный ($BC = BM$),
тогда $\angle BCM = \angle BMC$, а значит $\angle BCM = \frac{180^\circ - \angle B}{2}$,
то есть $\beta + \varphi = 90^\circ - \frac{\angle B}{2}$ (*2)

4) Из $\triangle ABC$ видно, что $\angle B = 90^\circ - \angle A$. Подставим
в ур-ние (*2), получаем: $\beta + \varphi = 90^\circ - 45^\circ + \frac{\angle A}{2} = 45^\circ + \frac{\angle A}{2}$ (*3)

5) Рассмотрим систему из ур-ний (*1) и (*3):

$$\begin{cases} \alpha + \varphi = 90^\circ - \frac{\angle A}{2} \\ \beta + \varphi = 45^\circ + \frac{\angle A}{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha + 2\varphi + \beta = 90^\circ + 45^\circ.$$

А так как $\alpha + \beta + \varphi = 90^\circ$ ($\angle C = 90^\circ$), то $\varphi = 90^\circ + 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$.

Искомый угол $\angle MCN = 45^\circ$.

Ответ: 45°

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~8

$$\log_2 (x \cdot 2^{x^2}) \geq 1 + 2x$$

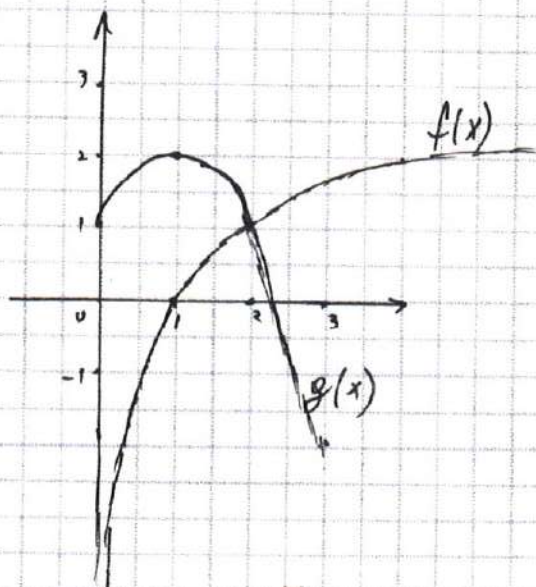
$$x^2 + \log_2 x \geq 1 + 2x$$

$$\log_2 x \geq -x^2 + 2x + 1$$

$$\text{Условие: } x \cdot 2^{x^2} > 0$$

т.к. $2^{x^2} > 0$ при любом x , то:
 $x > 0$.

Рассмотрим ф-ции $f(x) = \log_2 x$ и $g(x) = -x^2 + 2x + 1$:



На отрезке $(0; 1]$ $g(x) > f(x)$ - видно из графика, неравенство решений не имеет.

На отрезке $[1; +\infty)$ $f(x)$ возрастает, а $g(x)$ убывает, поэтому уравнение $f(x) = g(x)$ имеет всего один корень (из графика видно, то $x=2$), а неравенство $f(x) \geq g(x)$ верно при $x \in [2; +\infty)$

Ответ: $[2; +\infty)$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

~ 9

$$|x - 9a^2| \leq 2 - |6a - 3 - x|$$

$$|x - 9a^2| + |6a - 3 - x| \leq 2$$

Пусть $b = 3a$. Тогда:

$$|x - b^2| + |2b - 3 - x| \leq 2$$

Раскроем модуль:

$$\begin{cases} x - b^2 < 0 \\ 2b - 3 - x < 0 \\ -x + b^2 - 2b + 3 + x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - b^2 < 0 \\ 2b - 3 - x \geq 0 \\ -x + b^2 + 2b - 3 - x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x - b^2 \geq 0 \\ 2b - 3 - x < 0 \\ x - b^2 - 2b + 3 + x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - b^2 \geq 0 \\ 2b - 3 - x \geq 0 \\ x - b^2 + 2b - 3 - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < b^2 \\ x > 2b - 3 \\ b^2 - 2b + 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < b^2 \\ x \leq 2b - 3 \\ x \geq \frac{b^2}{2} + b - \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq b^2 \\ x \leq 2b - 3 \\ x \leq \frac{b^2}{2} + b - \frac{1}{2} \end{cases}$$

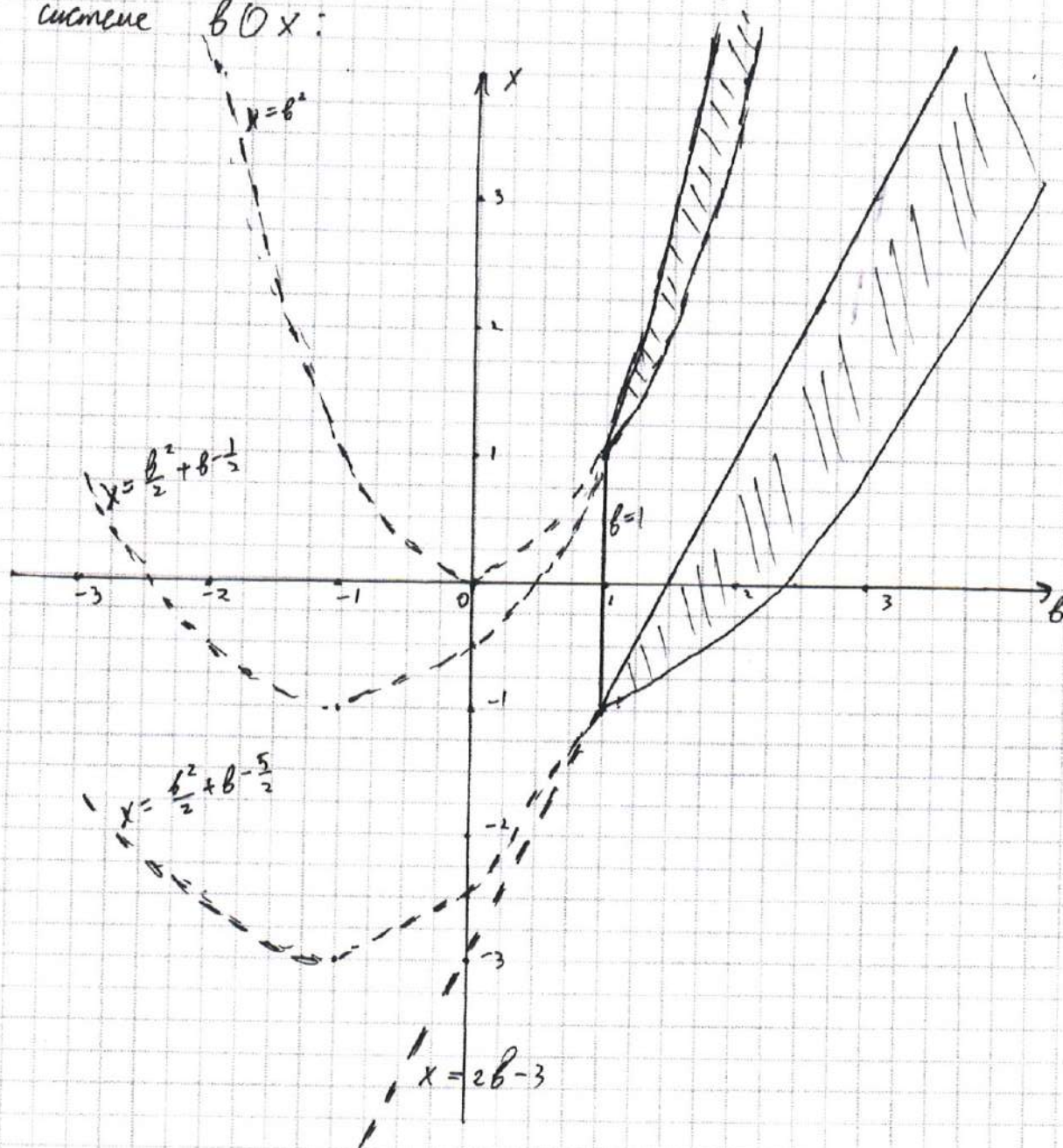
$$\begin{cases} x \geq b^2 \\ x \leq 2b - 3 \\ b^2 - 2b + 3 \geq 0 \end{cases}$$

(См. след. страницу)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 19 (продолжение)

Изобразите с помощью системы неравенств в системе координат:



(См. след. страницу)

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№9 (продолжение)

Пошагово:

- при $b < 1$: $x \notin \mathbb{R}$
- при $b = 1$: $x \in [-1; 1]$
- при $b > 1$: $x \in \left[\frac{b^2}{2} + b - 2\sqrt{\frac{5}{2}}; 2b - 3\right] \cup \left[b^2; \frac{b^2}{2} + b - \frac{1}{2}\right]$

Выполняя обратную замену на a , получаем:

- при $a < \frac{1}{3}$: $x \notin \mathbb{R}$
- при $a = \frac{1}{3}$: $x \in [-1; 1]$
- при $a > \frac{1}{3}$: $x \in \left[\frac{9a^2}{2} + 3a - \frac{5}{2}; 6a - 3\right] \cup \left[9a^2; \frac{9a^2}{2} + 3a - \frac{1}{2}\right]$

Ответ: при $a < \frac{1}{3}$ решений нет;

при $a = \frac{1}{3}$ $x \in [-1; 1]$;

при $a > \frac{1}{3}$ $x \in \left[\frac{9a^2}{2} + 3a - \frac{5}{2}; 6a - 3\right] \cup \left[9a^2; \frac{9a^2}{2} + 3a - \frac{1}{2}\right]$.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

14. $|y+2| + |x-3| = 4$

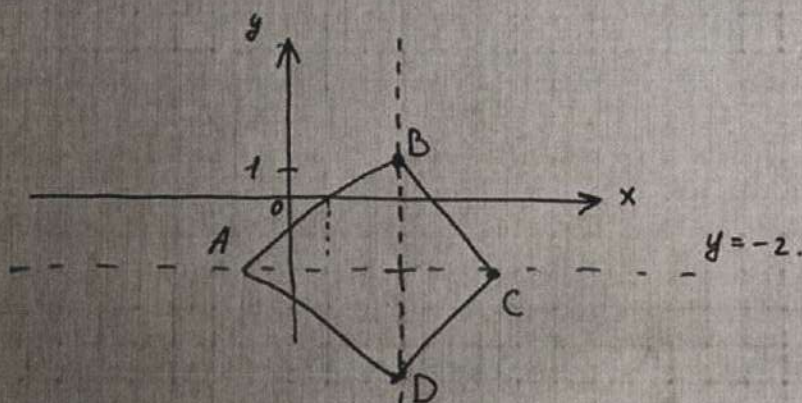
$y = -2$; $x = 3$ - оси симметрии

При $y \geq -2$; $x \geq 3$:

$$y + 2 + x - 3 = 4$$

$$y = 5 - x$$

Этот отрезок будет симметричен относительно осей симметрии:



т. к. BC симметрично AB , CD и AD относительно $x = 3$; $y = -2$ и точки их пересечения совпадают, то $BC = AB = CD = AD$, $BC \parallel AD \Rightarrow ABCD$ - квадрат

$B(3, 1)$; $C(5, -2)$; $\overrightarrow{BC} \{4, -3\}$; $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$

$S = BC^2 = 5^2 = 25$

Ответ: 25.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
+ - - + + + + + +
65. *[Signature]*

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№2. 3^e ? e^3

$\ln(3^e)$? $\ln(e^3)$

$e \cdot \ln 3$? 3

$\ln 3$? $\frac{3}{e}$

Заметно, что $\ln 3 > \ln_{\frac{3}{2}} 2,89 > \ln e^2 = 2$

Ещё $\frac{3}{e} \approx \frac{3}{1,67} < 2$

т.е. $\ln 3 > 2$, а $\frac{3}{e} < 2 \Rightarrow \ln 3 > \frac{3}{e}$; то есть если

$3^e > e^3$

Ответ: $3^e > e^3$.

№6. $\operatorname{arctg} 2 + \operatorname{arctg} 3$

Пусть $\alpha = \operatorname{arctg} 2$, $\beta = \operatorname{arctg} 3$, тогда по определению арктангенса $0 < \alpha$; $\beta < \frac{\pi}{2}$ (т.н. $2 > 0$ и $3 > 0$)

Тогда $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{3}$, т.е. $\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha =$

$= 2 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 4 - 4 \cos^2 \alpha \Rightarrow 5 \cos^2 \alpha = 4$
 $\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5}$, т.е. $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Также и для β : $\sqrt{1 - \sin^2 \beta} = 3 \sin \beta \Rightarrow 1 - \sin^2 \beta = 9 \sin^2 \beta$

$\Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{1}{10}$.

$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$; $\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Тогда пусть $\gamma = \alpha + \beta$

$\sin \gamma = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} +$
 $+ \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} + \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Продолжение №6.

$$\sin \gamma = \sin \frac{\pi}{4} = \sin \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{т.к. } \alpha, \beta < \frac{\pi}{6}, \text{ т.к. } \sin \alpha; \sin \beta < \sin \frac{\pi}{6},$$

$$\gamma = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Ответ: 45°.

№1.



Пусть v_n - скорость пассажира в $\frac{м}{с}$,

$v_э$ - скорость эскалатора в $\frac{м}{с}$,

где l - длина эскалатора.

Тогда составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{v_n} = 42 \\ \frac{1}{v_n + v_э} = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_n = \frac{1}{42} \\ \frac{1}{24} + \frac{1}{42} + v_э \end{cases}$$

$$v_э = \frac{1}{24} - \frac{1}{42} = \frac{7}{4 \cdot 6 \cdot 4} - \frac{4}{7 \cdot 6 \cdot 4} = \frac{3}{7 \cdot 6 \cdot 4} = \frac{1}{56}$$

$v_э = \frac{1}{56}$ - значит стоя на эскалаторе

пассажир пройдет его за 56 секунд

Ответ: 56с.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

118. $\log_2 (x \cdot 2^x) \geq 1 + 2x$

003: $x \cdot 2^{x^2} > 0 \rightarrow x > 0$

$\log_2 (x) + \log_2 (2^{x^2}) \geq 1 + 2x$

$\log_2 x \geq 1 + 2x - x^2$

Именно?

Рассмотрев левую часть неравенства, можно сделать вывод что это логарифм возрастающей функции, значит $\log_2 x$ возрастает на всей области определения

Рассмотрев правую часть:

$f(x) = 1 + 2x - x^2$

$f'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$

т.е. до $x_0 = 1$ $f(x)$ возрастает, а потом убывает. Заметим

$\log_2 x_0 = 0$, т.е. при $x \in (0; 1]$ $\log_2 x \leq 0$

Также заметим, что $f(0) = 1$, т.е. при $x \in (0; 1]$

$f(x) > 1$, т.е. при $x \in (0; 1]$ $\log_2 x < 1 + 2x - x^2$

При $x \geq 1$ (где x_1 - точки пересечения этих графиков) неравенство будет выполняться.

~~Кроме~~ Попробуем найти x_1 :

$x_1 = 2$; $\log_2 2 = 1$; $f(2) = 1 + 4 - 4 = 1$ - подходит.

При $x \geq 1$ неравенство выполняется

$[2; +\infty)$



Ответ: $[2; +\infty)$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$N9. |x - 9a^2| \leq 2 - |6a - 3 - x|$$

$$|x - 9a^2| + |6a - 3 - x| \leq 2$$

$$|x - 9a^2| + |x - (6a - 3)| \leq 2$$

Заметим, что на отрезке $[\min 9a^2, 6a - 3]; \max(9a^2, 6a - 3)]$ будет достигаться минимум лвого выражения, и он будет равен $|9a^2 - (6a - 3)|$;

т.е. при $|9a^2 - (6a - 3)| > 2$ неравенство решений не имеет $|9a^2 - 6a + 3| > 2$

Найдём производную: $f'(x) = 18a - 6 = 18(a - \frac{1}{3})$, т.н

$9 > 0$, то $a = \frac{1}{3}$ - точка минимума. При $a = \frac{1}{3}$ $f(a) = 9 \cdot \frac{1}{9} - 6 \cdot \frac{1}{3} + 3 = 1 - 2 + 3 = 2$; т.е. минимальное значение $9a^2 - 6a + 3$ это 2, и оно достигается только

при $a = \frac{1}{3}$

т.е. при $a \neq \frac{1}{3}$ неравенство решений не имеет

Тогда при $a = \frac{1}{3}$ неравенство имеет решения $[\min(1; -1), \max(1; -1)]$, т.е. $[-1; 1]$.

Ответ: при $a \neq \frac{1}{3}$ решений нет

при $a = \frac{1}{3}$ решения: $[-1; 1]$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$1/5. \quad x^2 + y^2 = 1 + y + xy$$

$$y^2 - (x+1)y + (x^2-1) = 0$$

$$D = x^2 + x + 1 - 4x^2 + 4 = -3x^2 + 2x + 5$$

Уравнение имеет решение при $-3x^2 + 2x + 5 \geq 0$

$$3x^2 - 2x - 5 \leq 0$$

$$3(x+1)(x-\frac{5}{3}) \leq 0$$

$$-1 \leq x \leq \frac{5}{3}$$

т.е. $x \in \mathbb{Z}$, то $\begin{bmatrix} x=0 \\ x=1 \end{bmatrix}$ уравнение может иметь целые решения:

$$\text{I.} \quad x = -1 \\ D = -3 - 2 + 5 = 0 \\ y = \frac{x+1}{2 \cdot 1} = 0$$

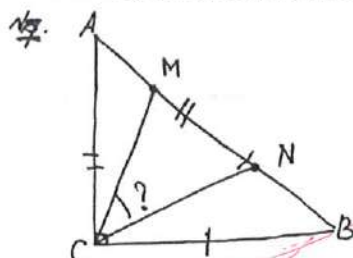
$$\text{II} \quad x = 0 \\ D = 5 \\ y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}, \text{ не является целым}$$

$$\text{III} \quad x = 1 \\ D = -3 + 2 + 5 = 4$$

$$y = \frac{2 \pm 2}{2} = 1 \pm 1; \text{ т.е. } \begin{bmatrix} y=0 \\ y=2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



$BC = BM$
 $AC = AN$
 $\angle MCN = ?$

- 1) Пусть $\angle CAB = \alpha$, тогда $\angle ABC = 90^\circ - \alpha$
 2) $\angle ACN = \angle ANC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$, т.к. $\triangle ACN$ – равнобедренный
 3) $\angle BCM = \angle BMC = \frac{(180^\circ - 90^\circ + \alpha)}{2} = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$; т.к. $\triangle BCM$ – равнобедренный.

4) $\angle ACN + \angle MCB = \angle ACB + \angle MCN$

$\angle MCN = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} + 45^\circ + \frac{\alpha}{2} - 90^\circ = 45^\circ$

Ответ: 45° .

Нз. $\log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x = \log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_4 x + \log_3 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_5 x$

Замена $\log_2 x = a, \log_3 x = b, \log_4 x = c, \log_5 x = d$

$abcd = abc + abd + acd + bcd$

или $ab(c-1)(d-1) - (a-1)(b-1)cd - ab + cd = 0$

т.к. $\begin{cases} ab(c-1)(d-1) \leq (a-1)(b-1)cd \\ cd < ab \end{cases}$

тогда уравнение решений не

имеет, кроме $a=0$ и соответственно $b=c=d=0$

$\Downarrow$
 $x=1$

Ответ: 1.

Регистрация № 92372

Страница

07 из 07

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами
клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 1.

Пусть скорость ветра v м/с.
Тогда и скорость автомобиля $v_{\text{авт}} = 300 \text{ м} + v + \frac{108 \cdot 10}{3600} \text{ м/с}$
 $v_{\text{авт}} = v + 30 \text{ м/с}$.

$$S = vt;$$

$$v = \frac{S}{t} = \frac{5400 \text{ м}}{18 \text{ с}} = 30 \text{ м/с}$$

$$v = v_{\text{авт}} - 30 \text{ м/с} = 20 \text{ м/с}$$

ответ: 20 м/с.

нужна скорость в км/час!

Задача 2.

$e \pi$? πe

$\ln e \pi$? $\ln \pi e$

π ? $e \cdot \ln \pi$

$\frac{\pi}{e}$? $\ln \pi$

Заметим, что $\frac{\pi}{e} \approx \frac{3,14}{2,71} \approx 1,17 < 2$. Значит $e^2 \approx 7,39 < 2,89 < \pi$.

т.е. $\frac{\pi}{e} < 2$, $\ln \pi > 2$, т.е.

$\frac{\pi}{e} < \ln \pi$, т.е.

$e \pi < \pi e$

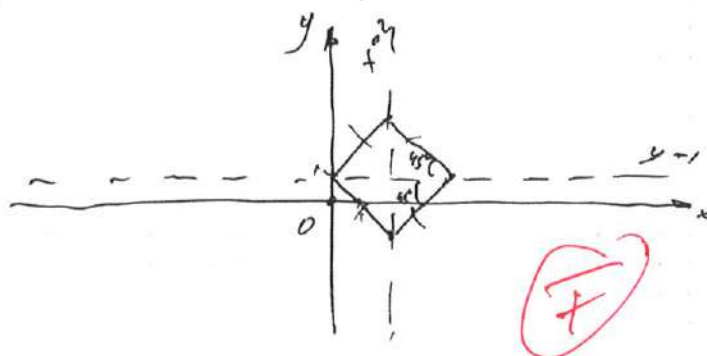
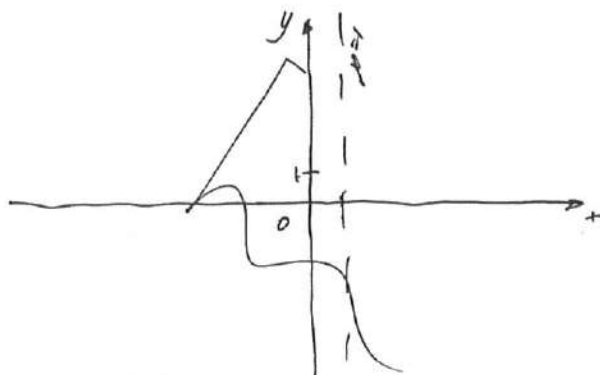
ответ: $e \pi < \pi e$.

Задача 3.

до крапинки удачи рада пофиги ей.

где пофиги ?

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.



$A_1 \approx$ Это площадь со сторонами $\sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$
 $S = a^2 = (\sqrt{8})^2 = 8$ Получили?
 Ответ: 8.

Задача 6.

$$\alpha = \arctg 2, \beta = \arctg 3$$

$$\text{tg } \alpha = 2; \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 2; \sin^2 \alpha = 1 - 5 \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{5}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}; \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{tg } \beta = 3; \Rightarrow \frac{\sin \beta}{1 - \sin^2 \beta} = 3; \sin^2 \beta = 9 - 5 \sin^2 \beta; \sin^2 \beta = \frac{9}{10};$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}; \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

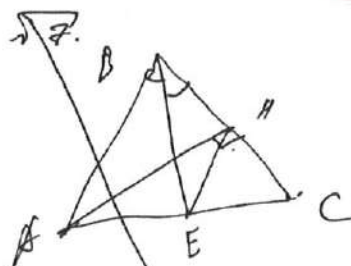
Пусть $\gamma = \alpha + \beta$. Д.к. $\alpha > 1$, $\beta > 1$, то $\alpha, \beta > \frac{\pi}{2}$.

$$\sin \gamma = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{2 + 3}{5\sqrt{2}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{3\pi}{4}, \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

$$\text{ответ: } 135^\circ$$



Дано: $\angle BEA = 45^\circ$,

Найти: $\angle ENC$

1) По т. о. синусов $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$ Пусть $\angle ABC = 2\alpha$,
 тогда $\angle BAC = 180^\circ - 45^\circ - \alpha = 135^\circ - \alpha$; $\angle BCA = 180^\circ - 135^\circ - \alpha =$
 $= 45^\circ - \alpha$; $\angle HAC = 90^\circ - (45^\circ - \alpha) = 45^\circ + \alpha$; $\angle BAH = 135^\circ - \alpha - (45^\circ + \alpha) =$
 $= 90^\circ - 2\alpha$.

По т. синусов: $2R = \frac{AB}{\sin C} = \frac{AE}{\sin ABE}$;
 Задача 58.

$$\log_2 (19 - 16x \cdot |x|) - \log_2 (1 - 4x)^2 \leq 0.$$

Заменить, ЧОД



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\text{при } 4x-3 > 0: \text{ т.е. } x > \frac{3}{4}$$

$$3-4x - |4x-3| = 6-4x < 0, \text{ т.е. неравенство}$$

$$\text{станет всегда верно } \log_2 (19-16x \cdot |x|) - \log_2 (1-4x)^2 \geq 0$$

$$\text{при } 4x-3 \leq 0$$

$$3-4x - |4x-3| = 3-4x + 4x-3 = 0, \text{ т.е. неравенство}$$

не определено.

Пусть левая

$$\begin{cases} \log_2 (19-16x \cdot |x|) - \log_2 (1-4x)^2 \geq 0 \\ x > \frac{3}{4} \end{cases}$$

или же

$$\begin{cases} \log_2 (19-16x^2) - \log_2 (1-4x) \geq 0 \\ x > \frac{3}{4} \\ x \neq \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{т.е. при } x > \frac{3}{4}; 1-4x < 0, \text{ то } |1-4x| = 4x-1$$

тогда

т.е.

$$\begin{cases} \log_2 \left(\frac{19-16x^2}{4x-1} \right) \geq 0 \\ x > \frac{3}{4} \\ 19-16x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{19-16x^2}{4x-1} - 1 \right) (2-1) \geq 0 \\ x > \frac{3}{4} \\ x^2 < \frac{19}{16} \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

$$\begin{cases} \frac{19 - 16x^2 - 4x + 1}{4x - 1} \geq 0 \\ x \geq \frac{3}{4} < x < \frac{\sqrt{19}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 19 - 16x^2 - 4x + 1 \geq 0 \\ \frac{3}{4} < x < \frac{\sqrt{19}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 + x - 5 \leq 0 \\ \frac{3}{4} < x < \frac{\sqrt{19}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x+\frac{5}{4}) \leq 0 \\ \frac{3}{4} < x < \frac{\sqrt{19}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{4} \leq x \leq 1 \\ \frac{3}{4} < x < \frac{\sqrt{19}}{4} \end{cases}$$

$$\frac{3}{4} < x \leq 1$$

ответ: $(\frac{3}{4}; 1]$.

Задача 23.

Пусть $\log_2 x = a$. Тогда $\log_2 x = -a$.

Пусть $\log_5 x = b$. Тогда

$$-a^2 b = -a^2 + ab - ab$$

$$a^2 - a^2 b = 0$$

$$a^2(1 - b) = 0, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_5 x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$$

ответ: 1; 5.

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 9. А.

$$|x - a^2| + |x - (2a - 2)| \leq 1.$$

$$\text{мин. жм} - |a^2 - (2a - 2)| = |a^2 - 2a + 2|$$

$$a_0 = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1; f(a_0) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 2 = 1, \text{ т.е. } a^2 - 2a + 2 = 1$$

при $a = 1$, в остальных случаях $a^2 - 2a + 2 > 1$ т.е. неравенство не имеет решений при $a \neq 1$. При $a \neq 1$ решение

имеется отрезок $[0; 1]$

ответ: $a = 1: [0; 1]$

$a \neq 1$: нет решений.

Задача 10.

пусть $|x - 1| = t$. Тогда

$$(y^2 + 1)t^2 - 4yt + (y^2 + 1) = 0.$$

$$D = 16y^2 - 4y^4 - 8y^2 - 4 = -4y^4 + 8y^2 - 4 = -4(y^2 - 1)^2.$$

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ y \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4(y^2 - 1)^2 \geq 0 \\ y \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow y^2 - 2y^2 + 1 \geq 0 \Rightarrow -y^2 + 1 \geq 0 \Rightarrow y^2 \leq 1$$

при $y = -1$:

$$D = -4 \cdot (1 - 1) = 0$$

$$t = \frac{4y}{2 \cdot (1 + 1)} = -1; |x - 1| = 1; \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ не реш}$$

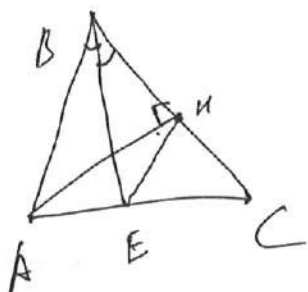
при $y = 1$: $D = 0$

$$t = \frac{4}{2 \cdot (1 + 1)} = 1; \Rightarrow |x - 1| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}; \text{ ответ: } \begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \text{ и } x = 2 \end{cases}$$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Задача 5.

Дано: $\angle BEA = 45^\circ$;
Найти: $\angle EHC$



- 1) Пусть $\angle ABC = 2\alpha$. Тогда $\angle BAH = 90^\circ - 2\alpha$;
 $\angle BAC = 135^\circ - \alpha$; $\angle BEC = 45^\circ - \alpha$; $\angle HAC = 45^\circ + \alpha$

$$\frac{AE}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sqrt{2} \sin \alpha}; \quad \frac{CE}{\sin \alpha} = \sqrt{2} BC$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{CE}{BC} = \sqrt{2} \cdot \sin \alpha;$$

$$\sin \angle EHC = \frac{EC}{2R} = \frac{EC}{AC} = \frac{EC}{EC+AE} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\sin \angle EHC} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 = 1 + \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{BC}{2R} = \frac{2R}{2R} \quad BC = 2R \cdot \sin \left(135^\circ - \alpha \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) \cdot \frac{AC}{\sin 45^\circ};$$

$$\frac{CE}{AC} = \frac{\sqrt{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)} = \sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\frac{EC}{AC} = \frac{\sqrt{2} \sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{1}{3}$$

ответ: $\arcsin \frac{1}{3}$.



ПАРУСА НАДЕЖДЫ - 2024

18 февраля 2024г. (очный тур)

Место проведения МАИ - г. Москва

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

НК 1

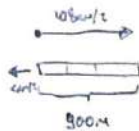
N 1

 $Q_{\text{инд.}}$

$$V_1 = 108 \text{ км/ч}$$

$$t = 18 \text{ с}$$

$$V_2 = ?$$



$$180 = \frac{1}{200} 2$$

$$(V_1 + V_2) \cdot \frac{1}{200} = 0,9 \text{ км} \cdot 200$$

$$V_1 + V_2 = 180$$

$$V_2 = 180 - 108 = 72$$

$$O_{\text{т}}: 72$$



N 2

$$e^{\pi} \wedge \pi^e$$

$$\ln e^{\pi} \wedge \ln \pi^e$$

$$\pi \ln e \wedge e \ln \pi \quad | : (\pi e)$$

$$\frac{\ln e}{e} \wedge \frac{\ln \pi}{\pi}$$

$$\text{Пусть } f(x) = \frac{\ln x}{x}, x > 0$$

$$f(e) \wedge f(\pi)$$

$$f'(x) = \frac{(\ln x)' \cdot x - x' \cdot \ln x}{x^2} = \frac{x - \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\ln x = 1$$

$$x = e$$

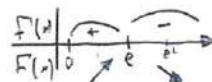
$$f(e) > f(\pi)$$

Oт:

$$e^{\pi} > \pi^e$$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ |
| + | + | + | + | 0 | + | 0 | + | 0 | 5 |

per

 $f(e) - \text{max значение функции} \Rightarrow$

Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

N 3 $\log_2 x \cdot \log_2 x \cdot \log_5 x = \log_2 x \cdot \log_2 x + \log_2 x \cdot \log_5 x + \log_2 x \cdot \log_5 x$

Пусть $\log_2 x = t$, $\log_5 x = z$

$(-t) \cdot t \cdot z = (-t) \cdot t + (-t) \cdot z + t \cdot z$

$t^2 \cdot z = t^2$

$t(z - 1) = 0$

$t = 0$ или $z = 1$

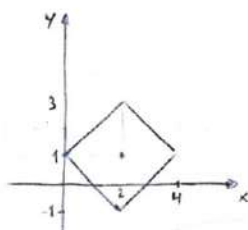
$\log_2 x = 0$ или $\log_5 x = 1$

$x = 1$ или $x = 5$

От: 1, 5

N 4

$|y-1| + |x-2| = 2$ - ромб с центром в (2,1)



$\begin{cases} y \geq 1 \\ -|x-2| = y-3 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 1 \\ -|x-2| = y+1 \end{cases}$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 8$

От: 8

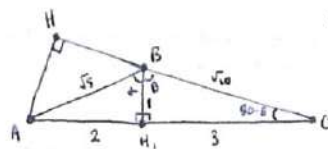
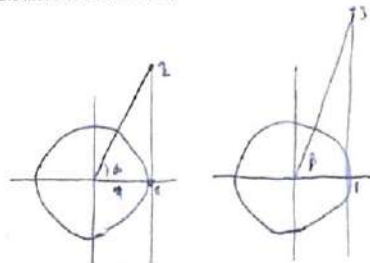
Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№ 6

$$\arctg 2 + \arctg 3 = ?$$

Пусть $\arctg 2 = \alpha$, $\arctg 3 = \beta$

$$\alpha + \beta = ?$$



Пусть $\triangle ABH_1$ - прямоугольный

$$\text{и } \angle ABH_1 = \alpha$$

$\triangle BCH_1$ - прямоугольный

$$\text{и } \angle CBH_1 = \beta$$

$$1) BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \quad (\text{по т. Пифаг.})$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$2) \triangle H_1BC \sim \triangle HAC \quad \left(\begin{array}{l} \text{т.к. } \angle C - \text{общий} \\ \angle AHC = \angle BH_1C = 90^\circ \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{H_1C}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{HC}{AC}$$

$$AH = \frac{5}{\sqrt{10}}, \quad HC = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$3) HB = HC - BC = \frac{3\sqrt{10}}{2} - \sqrt{10} = \frac{1}{2} \sqrt{10}$$

$$4) \operatorname{tg} \angle HBA = \frac{AH}{HB} = \frac{\frac{5}{\sqrt{10}}}{\frac{1}{2} \sqrt{10}} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\Rightarrow \angle HBA = 45^\circ$$

$$5) \alpha + \beta = 180^\circ - \angle HBA = 135^\circ$$

$$\text{От: } 135^\circ$$



Пожалуйста, пользуйтесь тёмно-синей или чёрной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

№8

$$\frac{\log_7(19-16x|x|) - \log_7(1-4x)^2}{3-4x - |4x-3|} \leq 0$$

$$19-16x|x| > 0$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 19-16x^2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ 19+16x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Заметим, что } 3-4x - |4x-3| \neq 0$$

$$x \in \left(\frac{\sqrt{19}}{4}, \frac{\sqrt{19}}{4}\right) \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

$$\text{Только тогда, когда } 4x-3 > 0, x > \frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} x > \frac{3}{4} \\ \frac{\log_7(19-16x|x|) - \log_7(1-4x)^2}{-8x-6} \leq 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \quad \log_7(19-16x^2) - \log_7(1-4x) \geq 0$$

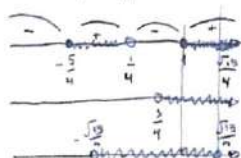
$$\log_7 \frac{19-16x^2}{1-4x} \geq \log_7 1$$

$$\frac{19-16x^2}{1-4x} \geq 1$$

$$\frac{19-16x^2-4x+4}{-4(x-\frac{1}{4})} \geq 0$$

$$\frac{16x^2+4x-20}{4(x-\frac{1}{4})} \geq 0 \quad | \cdot 4$$

$$\frac{4(x-1)(x+\frac{5}{4})}{4(x-\frac{1}{4})} \geq 0$$



$$\text{От } x \in [1, \frac{5}{4})$$